Comment gérer l'ensemble de définition d'une inéquation

Le principe

La fonction *logarithme népérien* n'étant définie que sur $]0\,;+\infty[$, il faudra avant de commencer la résolution définir l'ensemble de définition de l'inéquation, et il faudra vérifier à la fin que les solutions trouvées sont bien dans cet ensemble de définition.

Un exemple de base : on va constater que toutes les solutions de l'inéquation ne sont pas acceptables.

On veut résoudre $\ln(x+1) + \ln(x+2) > \ln 2$

→ *ensemble de définition*

On veut $x+1>0$ et $x+2>0$

soit $x>-1$ et $x>-2$ → $D_f =]-1\,;+\infty[$

→ *résolution de l'équation*

On résout : $\ln(x+1) + \ln(x+2) > \ln 2$

→ $\ln(x+1)(x+2) > \ln 2$

→ $(x+1)(x+2) > 2$

→ $x^2 + 3x + 2 > 2$

→ $x^2 + 3x > 0$ → $x(x+3) > 0$

Le tableau de signes de $x(x+3)$ est :

	-3		0	
$+$	0	$-$	0	$+$

Donc il faut que $x \in]-\infty\,;-3[\cup]0\,;+\infty[$.

Mais, avec D_f, il faut aussi que $x>-1$.

On obtient donc finalement : $S =]0\,;+\infty[$

Un autre exemple : on va constater que l'ensemble de définition était à bien surveiller.

On veut résoudre $\ln(x-2) > \ln(2x-1)$

→ *ensemble de définition*

On veut $x-2>0$ et $2x-1>0$

soit $x>2$ et $x>\frac{1}{2}$ → $D_f =]2\,;+\infty[$

→ *résolution de l'équation*

On résout : $\ln(x-2) > \ln(2x-1)$

→ $x-2 > 2x-1$

→ $-1 > x$ ou $x < -1$

Mais, avec D_f, il faut aussi que $x > 2$.

C'est impossible → $S = \emptyset$ (il n'y a pas de solution).