Comment gérer l'ensemble de définition d'une équation

Le principe

La fonction *logarithme népérien* n'étant définie que sur $]0 ; +\infty[$, il faudra *avant de commencer* définir l'ensemble de définition de l'équation , et il faudra vérifier *à la fin* que les solutions trouvées sont bien dans cet ensemble de définition.

Un exemple de base

Il va nous permettre de constater que toutes les solutions d'une équation avec *ln* ne sont pas acceptables.

On veut résoudre $\ln x = \ln x^2$

→ *ensemble de définition*

On veut $x > 0$ et $x^2 > 0$ (soit $x \neq 0$) → $D_f =]0;+\infty[$

→ *résolution de l'équation*

On résout $\ln x = \ln x^2$

→ $x = x^2$ → $x - x^2 = 0$ → $x(1-x) = 0$

→ $x = 0$ ou $x = 1$

MAIS $0 \notin D_f$ donc on a $S = \{1\}$.

Un autre exemple

C'est un très bel exemple d'équation pour laquelle l'ensemble de définition était à bien surveiller.

On veut résoudre $\ln x + \ln(8x+3) = \ln x^2$

→ *ensemble de définition*

On veut $\left.\begin{array}{l} x > 0 \\ 8x+3 > 0 \rightarrow x > -\frac{3}{8} \\ x^2 > 0 \rightarrow x \neq 0 \end{array}\right\}$ On a donc $D_f =]0;+\infty[$

→ *résolution de l'équation*

On résout $\ln x + \ln(8x+3) = \ln x^2$

→ $\ln x(8x+3) = \ln x^2$

→ $x(8x+3) = x^2$

→ $8x^2 + 3x = x^2$

→ $7x^2 + 3x = 0$

→ $x(7x+3) = 0$ soit $x = 0$ ou $x = -\frac{3}{7}$

MAIS aucune des solutions n'est dans D_f

Donc on a ici $S = \emptyset$.