Comment étudier le signe d'une expression avec la fonction logarithme

Un petit rappel

Le tableau de signes de la fonction *ln* est le suivant :

x	0		1		$+\infty$
Signes de ln x	$\|\|$	$-$	0	$+$	

valeur interdite

La méthode

Le souci de la fonction *ln* va rester son ensemble de définiton D_f qu'il faudra toujours déterminer au début. Ensuite, on sera amené à résoudre des inéquations, en respectant cet ensemble de définition.

Les exemples de base

→ **On étudie le signe de $\ln(x+1)$**

* On veut $x+1>0 \rightarrow x>-1 \rightarrow D_f =]-1;+\infty[$

* On a $\ln(x+1)>0$ si $x+1>1$ soit $x>0$

et $\ln(x+1)<0$ si $x+1<1$ soit $x<0$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	-1		0		$+\infty$
Signes de ln (x + 1)	$\|\|$	$-$	0	$+$	

→ **On étudie le signe de $\ln(-4x-8)$**

* On veut $-4x-8>0 \rightarrow x<-2 \rightarrow D_f =]-\infty;-2[$

* On a $\ln(-4x-8)>0$ si $-4x-8>1$ soit $x<-\frac{9}{4}$

et $\ln(-4x-8)<0$ si $-4x-8<1$ soit $x>-\frac{9}{4}$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{9}{4}$		-2
Signes de ln (- 4x - 8)		$+$	0	$-$	$\|\|$

→ **On étudie le signe de $\ln(x+3)-1$**

* On veut $x+3>0 \rightarrow x>-3 \rightarrow D_f =]-3;+\infty[$

* On a $\ln(x+3)-1>0$ si $\ln(x+3)>1 \rightarrow x+3>e$

Donc on a $\ln(x+3)-1>0$ si $x>e-3$

et $\ln(x+3)-1<0$ si $x<e-3$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	-3		$e-3$		$+\infty$
Signes de ln (x + 3) - 1	$\|\|$	$-$	0	$+$	