

Comment dériver une fonction composée (avec logarithme)

Fonction composée : le principe

Qu'est qu'une fonction composée ? Pour faire simple, et résumer en quelques mots le principe de la composition, on peut dire qu'une fonction composée avec logarithme, c'est quand on va avoir une fonction avec un logarithme de "n'importe quelle expression avec x sans que ce soit x tout seul".

Fonction composée et dérivation

La formule générale et les exemples qui suivent sont à mémoriser et à "photographier mentalement". On ne doit avoir aucun doute en Terminale lorsque l'on dérive une fonction composée avec logarithme. Et on se souviendra qu'en dérivant une fonction composée, on aura toujours à multiplier le résultat par u' .

Pour toute fonction u dérivable (strictement positive),
on aura $(\ln u)' = \frac{1}{u} \times u' = \frac{u'}{u}$

Des exemples de dérivées

$$\text{avec } f(x) = \ln(3x+1), \text{ on a } f'(x) = \frac{1}{3x+1} \times \boxed{3} = \frac{3}{3x+1}$$

\swarrow
 u'

$$\text{avec } g(x) = \ln(x^2+1), \text{ on a } g'(x) = \frac{1}{x^2+1} \times \boxed{2x} = \frac{2x}{x^2+1}$$

\swarrow
 u'

$$\text{avec } h(x) = 4 \ln(x^2+3), \text{ on a } h'(x) = 4 \times \frac{1}{x^2+3} \times \boxed{2x} = \frac{8x}{x^2+3}$$

\swarrow
 u'

$$\text{avec } i(x) = 3x \ln(2x+1),$$

$$\begin{aligned} \text{on a } i'(x) &= 3 \times \ln(2x+1) + 3x \times \frac{1}{2x+1} \times \boxed{2} \\ &= 3 \ln(2x+1) + \frac{6x}{2x+1} \end{aligned}$$

\swarrow
c'est le u'

on utilise ici la formule du produit
et la formule de la composée