Comment calculer avec la fonction logarithme : les propriétés

Les propriétés

On pourra se souvenir que les propriétés de calculs de la *fonction logarithme* fonctionnent "*à l'inverse*" des propriétés de calculs de la *fonction exponentielle* (car ces deux fonctions sont réciproques l'une par rapport à l'autre).

On a : $\ln(x \times y) = \ln x + \ln y$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$$

Formule avec le logarithme et les puissances

Cette formule est très importante et nous servira à faire "*descendre*" des puissances dans certains calculs.

On a : $\ln(x^n) = n \times \ln x$

Quelques exemples de calculs

Il faudra s'entrainer à être *parfaitement à l'aise* avec tous ces calculs algébriques utilisant $\ln^x$.

$$\ln 4 + \ln 5 = \ln(4 \times 5) = \ln 20.$$

$$\ln\left(\frac{3}{2}\right) + \ln\left(\frac{4}{3}\right) = \ln\left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{3}\right) = \ln\left(\frac{12}{6}\right) = \ln 2.$$

On a : $\sqrt{x} = x^{1/2} \longrightarrow \ln\sqrt{x} = \ln x^{1/2} = \frac{1}{2}\ln x.$

$$\ln 2 + \ln 8 + \ln 16$$
$$= \ln 2 + \ln 2^3 + \ln 2^4$$
$$= \ln 2 + 3\ln 2 + 4\ln 2$$
$$= 8\ln 2.$$

$$\ln(e^2\sqrt{e}) + 4\ln(e^3)$$
$$= \ln e^2 + \ln\sqrt{e} + 4\ln e^3$$
$$= 2\ln e + \frac{1}{2}\ln e + 4 \times 3\ln e$$
$$\boxed{\text{car } \ln e = 1}$$
$$= 2 + \frac{1}{2} + 12 = \frac{29}{2}.$$