Un exemple d'étude de fonction avec exponentielle (2)

Il est nécessaire, dans ce chapitre, de voir des exemples (calculs de limites , dérivée et tableaux de variations) pour bien voir comment la fonction *exponentielle* se met en place concrètement dans les exercices. ***Les fonctions étudiées sont tirées de sujet de bac***. Tous les calculs ne pourront pas être tous parfaitement détaillés , il faudra être capable de retrouver, par soi-même, certains résultats.

Exemple d'énoncé (d'après sujet bac Pondichery 2018)

Pour la suite, on admet que, pour tout nombre réel positif t :

$$f(t) = 980e^{-\frac{t}{5}} + 20.$$

a. Déterminer la limite de f lorsque t tend vers $+\infty$.

b. Étudier les variations de f sur $[0 ; +\infty[$.
En déduire son tableau de variations complet.

ⓐ On a $\lim\limits_{t \to +\infty} -\frac{t}{5} = -\infty$ donc $\lim\limits_{t \to +\infty} e^{-\frac{t}{5}} = 0$

Donc on a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(t) = 20$

ⓑ On calcule $f'(t)$ en utilisant la formule des composées

$\rightarrow f'(t) = 980 \times \left(-\frac{1}{5}\right) e^{-\frac{t}{5}}$

$= -196\, e^{-\frac{t}{5}}$

or, pour tout t réel, $e^{-\frac{t}{5}}$ sera toujours positif.

Donc, pour tout t réel, $f'(t)$ sera toujours négative

Donc la fonction f sera décroissante sur $[0 ; +\infty[$

et on calcule $f(0) = 980e^{-0} + 20 = 980 \times 1 + 20$
$= 1000$

On obtient le tableau de variations suivant :

t	0	$+\infty$
Signes de $f'(t)$	$-$	
Variations de $f(t)$	1000 ↘	20