Dérivation et fonction composée (avec exponentielle)

Fonction composée : le principe

Qu'est qu'une fonction composée ? Pour faire simple, et résumer en quelques mots le principe de la composition, on peut dire qu'une fonction composée avec exponentielle , c'est quand on va avoir une fonction avec une exponentielle de "*n'importe quelle expression avec x sans que ce soit x tout seul* ".

Fonction composée et dérivation

La formule générale et les exemples qui suivent sont à mémoriser et à "photographier mentalement ".
On ne doit avoir aucun doute en Terminale lorsque l'on dérive une fonction composée avec exponentielle.
Et on se souviendra qu'en dérivant une fonction composée, on aura toujours à multiplier le résultat par u'.

Pour toute fonction u dérivable,
on aura $(e^u)' = u' \times e^u$

Des exemples de dérivées

. avec $f(x) = e^{3x+1}$, on a $f'(x) = \underbrace{\boxed{3}}_{u'} \times e^{3x+1}$

. avec $f(x) = e^{-x}$, on a $f'(x) = \underbrace{\boxed{-1}}_{u'} \times e^{-x} = -e^{-x}$

. avec $f(x) = 4e^{x^2}$, on a $f'(x) = 4 \times \underbrace{\boxed{2x}}_{u'} \times e^{x^2} = 8xe^{x^2}$

. avec $f(x) = 3e^{5x^2+4x+1}$,
on a $f'(x) = 3 \times \underbrace{\boxed{(10x+4)}}_{u'} e^{5x^2+4x+1}$

. avec $f(x) = 3xe^{x^2}$, on a $f'(x) = 3e^{x^2} + 3x \times 2xe^{x^2}$

on utilise ici la formule du produit et la formule de la composée

$\rightarrow f'(x) = 3e^{x^2} + 6x^2e^{x^2}$

$\rightarrow f'(x) = e^{x^2}(6x^2+3)$

on a factorisé par e^{x^2}