Comment faire l'étude des variations d'une fonction : la méthode

Plan général de l'étude

Pour étudier une fonction f sur un intervalle donné :

- on enlève pour le domaine de définition les éventuelles valeurs interdites.
- on calcule la fonction dérivée f'.
- **on réalise le tableau de signes de cette fonction dérivée f'.**
- on en déduit le tableau de variations de la fonction f en utilisant la propriété fondamentale qui nous donne le lien entre le signe de la dérivée f' et le sens de variation de la fonction f.
- on complète le tableau avec les valeurs des images (et, plus tard, avec les limites).

Exemple : *on va étudier sur [- 10 ; 10] la fonction définie par $f(x) = 3x^2 - 18x + 20$*

On cherche les valeurs interdites

Il n'y a aucune valeur interdite pour $3x^2 - 18x + 20$

On calcule la fonction dérivée f'

On a $f(x) = 3x^2 - 18x + 20$

Donc on a $f'(x) = 6x - 18$

On étudie le signe de la dérivée f'

On a $f'(x) = 6x - 18 \rightarrow$ c'est une fonction affine.

On résout $6x - 18 = 0$

$\rightarrow 6x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{6} = 3$

On obtient alors le tableau suivant (dans lequel on regroupe les signes de f' et les variations de f).

x	-10		3		10
Signes de la dérivée f'		$-$	0	$+$	
Variations de la fonction f	500	$\searrow$	-7	$\nearrow$	140

On calcule les images des nombres du tableau ci-dessus.

$f(-10) = 3 \times (-10)^2 - 18 \times (-10) + 20 = 500$

$f(3) = 3 \times 3^2 - 18 \times 3 + 20 = -7$

$f(10) = 3 \times 10^2 - 18 \times 10 + 20 = 140$