Comment faire l'étude des variations d'une fonction : exemple (2)

On va étudier la fonction définie par $f(x) = \dfrac{3x+5}{-2x+4}$ sur $]-\infty\,;+\infty[$

On cherche les valeurs interdites

Le dénominateur $-2x+4$ ne doit pas s'annuler.
On résout : $-2x+4=0 \rightarrow x = \dfrac{-4}{-2} = 2$
Il y a donc une valeur interdite : 2
La fonction est définie sur $]-\infty\,;2[\,\cup\,]2\,;+\infty[$.

On calcule la fonction dérivée f'

On utilise la formule $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

avec $u(x) = 3x+5 \rightarrow u'(x) = 3$
$v(x) = -2x+4 \rightarrow v'(x) = -2$

On obtient :

$$f'(x) = \frac{3(-2x+4)-(-2)(3x+5)}{(-2x+4)^2}$$

soit $f'(x) = \dfrac{-6x+12+6x+10}{(-2x+4)^2} = \dfrac{22}{\boxed{(-2x+4)^2}}$

à ne pas développer

On étudie le signe de la dérivée f'

Le numérateur 22 et le dénominateur $(-2x+4)^2$ sont forcément positifs.
Donc la dérivée f' est positive.

On obtient alors le tableau suivant (dans lequel on regroupe les signes de f' et les variations de f).

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signes de la dérivée f'		+	‖	+	
Variations de la fonction f		$\nearrow$	‖	$\nearrow$	

valeur interdite

Remarque

En classe de Terminale, on pourra compléter totalement ce tableau en calculant des limites.