Comment calculer une limite (avec forme indéterminée FI) Les croissances comparées

Les croissances comparées

Ces croissances comparées s'utiliseront lorsque nous serons devant un cas de *forme indéterminée* (que l'on notera FI pour simplifier). Le principe général peut se résumer ainsi :

en terme de limites, l'exponentielle "l'emporte" toujours devant les puissances de x (x , x 2 , x 3 ) l'exponentielle "l'emporte" toujours devant le logarithme népérien (ln)

En résumé:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{\ln x} = +\infty$$

ce sont des F.I. du type = , mais en l'emporte, en se trouvent ou numérateur.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{e^x} = 0$$

ce sont des F.I. du type \(\extraction \),
mais e l'emporte, en étant cette fois au dénominateur.

Application

On cherche lim
$$\frac{x^2+1}{e^x+3x}$$

On factorise: $\frac{x^2+1}{e^x+3x} = \frac{x^2(1+\frac{1}{x^2})}{e^x(1+\frac{3x}{e^x})} = \frac{x^2(1+\frac{1}{x^2})}{e^x(1+\frac{3x}{e^x})}$

On obtient done: $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{e^x+3x} = 0$