Trouver des variations avec des opérations élémentaires (2)

De nombreux cours proposent, pour cette partie, des règles et propriétés qui sont trop souvent mal utilisées dans les exercices d'applications (c'est trop "mécanique" et mal compris au final).
Du coup, lorsque une fonction s'obtient par opérations de plusieurs autres fonctions , ***je pense que*** le plus efficace est de s'intéresser directement à la conservation ou à l'inversion de l'ordre (on revient finalement ici à la définition de la notion de croissance ou de décroissance).
Ne pas oublier que le tableau de variations d'une fonction, c'est la meilleure photographie possible de cette fonction. Cela nous permettra entre autre de proposer des encadrements.
L'étude des fonctions dérivées en Première nous permettra d'avoir un nouvel outil d'étude des variations.

Exemple: Etude des variations de la fonction définie par $g(x) = 2 - \dfrac{6}{3x^2 - 1}$ sur l'intervalle [1 ; 3]

sur [1 ; 3], on part de deux nombres : $a \boxed{<} b$

On obtient : $a^2 < b^2$ (fonction carrée croissante sur [1 ; 3]) → ordre conservé

→ $3a^2 - 1 < 3b^2 - 1$ (on multiplie par un positif et on soustrait 1 → ordre conservé)

→ $\dfrac{1}{3a^2-1} > \dfrac{1}{3b^2-1}$ (fonction inverse décroissante) → ordre inversé

→ $\dfrac{-6}{3a^2-1} < \dfrac{-6}{3b^2-1}$ (on multiplie par un négatif) → ordre inversé

→ $2 - \dfrac{6}{3a^2-1} < 2 - \dfrac{6}{3b^2-1}$ (on ajoute juste 2) → ordre conservé

soit $g(a) \boxed{<} g(b)$

entre le départ et l'arrivée, il y a conservation de l'ordre → g est donc croissante sur [1 ; 3]

On obtient le tableau de variations suivant :

x	1	3
Variations de la fonction g	-1 ↗	$\dfrac{23}{13}$

→ ***application***

On calcule $g(1) = -1$ et $g(3) = \dfrac{23}{13}$

→ pour tout $x \in [1 ; 3]$, on a : $-1 \leq g(x) \leq \dfrac{23}{13}$