Les suites arithmétiques : définition

Qu'est ce que c'est exactement ?

Une suite numérique est *arithmétique* lorsque l'on passe du terme "*d'avant*" au terme "*d'après*" en *ajoutant toujours le même nombre* (qui peut être positif ou négatif). Ce nombre s'appelle alors la *raison*.
Ces suites arithmétiques ont un aspect *prévisible* : c'est pourquoi on va les étudier et vous "embêter" avec.

Exemples : $\boxed{1}$ $\boxed{6}$ $\boxed{11}$ $\boxed{16}$ $\boxed{21}$ → oui (raison 5)

$U_{n+1} = U_n + 6$ → oui (raison 6)

$U_{n+1} = U_n - 3$ → oui (raison (-3))

$U_{n+1} = U_n^2 + 4$ → NON

Définition avec une formule de récurrence

$$U_{n+1} = U_n + \text{raison}$$

Comment montrer qu'une suite est arithmétique

Méthode

On calcule la différence (U_{n+1} - U_n).

Si cette différence est égale à un nombre, sans la lettre n , alors la suite (U_n) est *arithmétique*.

Ce nombre correspond alors à la *raison* de la suite arithmétique.

Si il y a la lettre n dans cette différence, alors la suite (U_n) n'est pas arithmétique.

Exemple 1 : avec la suite (U_n) définie par $U_n = 4n - 3$

On calcule $U_{n+1} = 4(n+1) - 3 = 4n + 4 - 3 = 4n + 1$

→ $U_{n+1} - U_n = 4n + 1 - (4n - 3) = 4n + 1 - 4n + 3 = 4$

On obtient donc $U_{n+1} - U_n = \boxed{4}$ nombre sans la lettre n

La suite (U_n) est arithmétique de raison 4.

Exemple 2 : avec la suite (U_n) définie par $U_n = n^2$

On calcule $U_{n+1} = (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$

→ $U_{n+1} - U_n = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$

On obtient donc $U_{n+1} - U_n = \boxed{2n + 1}$ il reste la lettre n

La suite (U_n) n'est pas arithmétique.