

Qu'est ce que c'est ? La définition du produit scalaire

Je pense qu'il est important, quand vous débutez ce chapitre dans votre classe, de prendre un peu de recul (et c'est forcément dur dans un début de chapitre) pour que le produit scalaire ne devienne pas un "truc" déconnecté, qu'on ne sait pas bien calculer, qu'on ne sait pas bien pourquoi on doit le calculer.

A retenir pour un bon départ

Le produit scalaire est juste un opérateur entre deux vecteurs.

Rappelons nous quelques connaissances sur les opérations :

- nous savons faire l'*addition* de deux vecteurs (propriété de Chasles ...)
- nous savons faire la *soustraction* de deux vecteurs (en changeant la soustraction en addition, et en prenant l'opposé du vecteur qui était à soustraire : par exemple $\vec{AB} - \vec{CB} = \vec{AB} + \vec{BC}$).
- nous ne pourrons jamais multiplier deux vecteurs entre eux (ne **jamais** écrire $\vec{AB} \times \vec{RT}$). Mais nous allons apprendre à faire le *produit scalaire* de deux vecteurs (qui s'écrira avec juste un point entre les deux vecteurs, soit $\vec{AB} \cdot \vec{RT}$). Ce *produit scalaire* n'est pas une multiplication, mais ses propriétés de calculs vont beaucoup y ressembler.
- la division de deux vecteurs n'aura **jamais** aucun sens. Elle ne sera **jamais** possible, réalisable.

Une particularité importante du résultat

Le résultat du produit scalaire de deux vecteurs est un nombre, ce n'est pas un vecteur.

Encore un petit rappel des connaissances :

- en faisant l'*addition* de deux vecteurs, on sait que le résultat est un vecteur.
- en faisant la *soustraction* de deux vecteurs, on sait que le résultat est un vecteur.
- MAIS en faisant le *produit scalaire* de deux vecteurs, le résultat obtenu est un **nombre** (pas de flèche sur le résultat d'un produit scalaire).

On aura par exemple $\vec{AB} \cdot \vec{RT} = 5$ (ce qui signifie que le produit scalaire des vecteurs \vec{AB} et \vec{RT} est égal à 5).

Ce nombre va sembler peu compréhensible dans un premier temps. Il faudra juste bien apprendre à calculer les produits scalaires car, par la suite; les applications en mathématiques sont très nombreuses, sans parler du lien avec la physique (le produit scalaire va représenter le travail d'une force).

Comment calculer le produit scalaire de deux vecteurs

Nous aurons, dans ce chapitre, trois moyens pratiques pour calculer le produit scalaire de deux vecteurs.

- une formule utilisant le *cosinus* de l'angle formé par les deux vecteurs.
- un calcul utilisant la *projection orthogonale* d'un des vecteurs sur le deuxième.
- une formule avec les *coordonnées* des vecteurs. Cette formule est très pratique, **MAIS** elle n'est utilisable que si on se place dans un *repère orthonormé*.

Quelques points importants, à retenir tout au long du chapitre

- Si les deux vecteurs ont le *même sens*, alors leur produit scalaire sera toujours un nombre *POSITIF*. Mais, si les vecteurs sont de *sens opposés*, alors leur produit scalaire sera *NEGATIF*.

-- Si un des vecteurs est *nul* (égal à $\vec{0}$) alors le produit scalaire des deux vecteurs est *nul* (égal à 0).

--- Si les vecteurs sont orthogonaux ($\vec{AB} \perp \vec{RT}$) alors leur produit scalaire est nul, soit $\vec{AB} \cdot \vec{RT} = 0$.