Les propriétés de calculs de la racine carrée

Rappel des propriétés de bases de la racine carrée

L'idée est qu'avec une multiplication ou une division, on est très libre. On peut, sans souci, *séparer ou regrouper* sous la racine. La même chose est FAUSSE avec une addition ou une soustraction !

Pour tout nombre a et b positifs, on aura :

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et (notation) $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

MAIS interdit d'écrire $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

et $\sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

On vérifie que $\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6$

$\sqrt{4} \times \sqrt{9} = 2 \times 3 = 6$ → c'est égal.

Par contre, $\sqrt{4+9} = \sqrt{13} \approx 3,6$

$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$ → ce n'est pas égal.

Exemples (où l'on peut calculer SANS calculatrice)

On a $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

On a $\sqrt{32} : \sqrt{8} = \sqrt{32 : 8} = \sqrt{4} = 2$

On a $\sqrt{4900} = \sqrt{49 \times 100} = \sqrt{49} \times \sqrt{100} = 7 \times 10 = 70$

Application : écrire une expression sous la forme $a\sqrt{2}$

On veut montrer que $\sqrt{8} + \sqrt{32} = \sqrt{72}$

(car, bien sûr, $\sqrt{8} + \sqrt{32}$ n'est pas égal à $\sqrt{40}$)

→ on va écrire $\sqrt{8}$, $\sqrt{32}$ et $\sqrt{72}$ sous la forme $a\sqrt{2}$.

On a : $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

Donc on a bien $\sqrt{8} + \sqrt{32} = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{2}$ ($= \sqrt{72}$).