La norme d'un vecteur

Définition et notation

La norme d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ se note $\|\overrightarrow{AB}\|$ et cette norme est égale à la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Il y a donc un lien très fort entre les mots "*norme*" , "*longueur*" et "*distance*".
On aura donc :

norme $\|\overrightarrow{AB}\|$ **=** ***longueur AB du vecteur*** $\overrightarrow{AB}$ **=** ***distance AB***

Cette année, les vecteurs seront notés avec une seule lettre minuscule (comme, par exemple, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$) ou avec deux lettres majuscules (comme, par exemple, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ ***et*** $\overrightarrow{EF}$ **)**.
Il faut tout de suite bien apprendre que, suivant le cas, on n'aura pas les mêmes possibilités d'écritures.
En effet, on pourra écrire :

- norme du vecteur $\overrightarrow{AB} = \|\overrightarrow{AB}\| = AB$ (*on peut enlever la flêche et les doubles barres*).
- norme du vecteur $\vec{u} = \|\vec{u}\|$ (*attention, il est impossible ici d'écrire "u" tout seul*).

La formule pour le calcul d'une norme

Pour un vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(x\,;y)$,

on a : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Des exemples de calculs de normes

→ pour un vecteur $\vec{u}$ de coordonnées (3 ; 5)

On calcule : $\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

→ pour un vecteur $\overrightarrow{AB}$ dont on connait directement les coordonnées (- 4 ; 6)

On calcule : $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-4)^2+6^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}$

→ pour un vecteur $\overrightarrow{AB}$ dont on connait les coordonnées des points A (3 ; 5) et B (2 ; 9)

Méthode 1 : *on calcule les coordonnées du vecteur* $\overrightarrow{AB}$ *et on utilise la formule de la norme*

On calcule $\overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l} x_B - x_A = 2-3 = -1 \\ y_B - y_A = 9-5 = 4 \end{array}\right.$

et on a $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-1)^2+4^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

Méthode 2 : *on utilise la formule de la distance AB (voir "Les fiches de Seconde")*

On a : $\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

soit $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(2-3)^2+(9-5)^2} = \sqrt{(-1)^2+4^2}$

soit $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$