La fonction racine carrée : ensemble de définition , variations

Ensemble de définition

C'est l'ensemble des nombres x pour lesquels on peut calculer $\sqrt{x}$.
Ici , l'ensemble de définition est $[\, 0 \, ; + \infty \, [$. On ne peut calculer une *racine carrée* que pour des nombres positifs. Et le résultat obtenu en prenant une *racine carrée* est également toujours positif.

$\sqrt{7}$ existe (on a $\sqrt{7} \approx 2,6$) mais $\sqrt{-8}$ n'existe pas .

Recherche d'un ensemble de définition

Cette recherche nous amènera à réaliser le *tableau de signes* de l'expression sous la racine.
On ne prendra alors que les intervalles pour lesquels il y a un " + " dans ce tableau de signes.

Avec $f(x) = \sqrt{x-3}$

$\sqrt{x-3}$ existe si on a $x - 3 \geq 0$, soit $x \geq 3$

$\rightarrow$ on a $D_f = [\, 3 \, ; + \infty \, [$.

Avec $g(x) = \sqrt{-4x+8}$ $\rightarrow$ le tableau de signes de $-4x + 8$ (fonction *affine*) est :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
signes de $-4x+8$		$\boxed{+}$	0	$-$	

$\rightarrow$ on a $D_g =]\, -\infty \, ; 2 \,]$

Avec $h(x) = \sqrt{x^2 - 6x+8}$ $\rightarrow$ le tableau de signes de $x^2 - 6x + 8$ (fonction *trinôme*) est :

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
signes de $x^2 - 6x + 8$		$\boxed{+}$	0	$-$	0	$\boxed{+}$	

$\rightarrow$ on a $D_h =]\, -\infty \, ; 2 \,] \cup [\, 4 \, ; + \infty \, [$

Tableau de variations

La fonction *racine carrée* est strictement croissante sur $[\, 0 \, ; + \infty \, [$

x	0		$+\infty$
Variations de $\sqrt{x}$			$+\infty$
	0	$\nearrow$	

Conservation de l'ordre avec la racine carrée

Puisque la fonction *racine carrée* est croissante , elle ***CONSERVE*** l'ordre des nombres !!

Exemple : on veut comparer sans calculatrice $\sqrt{\pi}$ et $\sqrt{3}$.

On sait que $\pi > 3$

Donc on a : $\sqrt{\pi} > \sqrt{3}$ (conservation de l'ordre)

Exemple : on veut encadrer $\sqrt{89}$ par deux entiers consécutifs .

On sait que : $81 < 89 < 100$

Donc on a : $\sqrt{81} < \sqrt{89} < \sqrt{100}$, soit $9 < \sqrt{89} < 10$