La fonction inverse : définition , propriétés

Ensemble de définition

C'est l'ensemble des nombres x pour lesquels on peut calculer $\frac{1}{x}$.

Ici , l'ensemble de définition est $]-\infty\,;\,0\,[\,\cup\,]\,0\,;+\infty\,[$. On ne peut pas calculer $\frac{1}{x}$ lorsque x est nul, car on ne peut pas diviser par 0 , qui devient ce que l'on appelle une "*valeur interdite*".

→ ***application pour la recherche des ensembles de définition***

Il faut s'assurer que le *dénominateur* d'une écriture fractionnaire soit toujours *non nul* !!

• pour $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+10}$, on résout l'équation $2x+10=0$

→ on obtient la "valeur interdite" -5 .

On a donc : $D_f =]-\infty\,;-5[\,\cup\,]-5\,;+\infty[$

• pour $g(x) = \dfrac{5x+2}{x^2-2x-3}$, on résout $x^2-2x-3=0$

→ on obtient les "valeurs interdites" -1 et 3 .

On a donc : $D_g =]-\infty\,;-1[\,\cup\,]-1\,;3[\,\cup\,]3\,;+\infty[$

valeur interdite pour $\frac{1}{x}$

Tableau de variations

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de $\frac{1}{x}$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

Attention : il y a, pour cette fonction inverse, une valeur interdite qui coupe le tableau en deux parties.

On ***ne pourra pas dire*** que la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty\,;\,0\,[\,\cup\,]\,0\,;+\infty\,[$.

Il faudra dire que la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty\,;\,0\,[$ et décroissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

Application des variations

Dans chaque intervalle, la fonction inverse est décroissante, donc on aura *INVERSION de l'ordre.*

sur $]-\infty\,;0[$, on sait que $-10 < -6$

Donc on a $\dfrac{1}{-10} \boxed{>} \dfrac{1}{-6}$ (inversion) → $-\dfrac{1}{10} > -\dfrac{1}{6}$

sur $]0\,;+\infty[$, on sait que $4 < 7$

Donc on a $\dfrac{1}{4} \boxed{>} \dfrac{1}{7}$ (inversion)