Formule explicite , formule par récurrence
Applications

On va manipuler les indices

Lorsque une suite numérique est définie avec une formule *explicite* donnant le terme U_n en fonction de la lettre n , on peut être amené parfois à calculer le terme U_{n+1} , **en remplaçant n par $n+1$.**

Exemple 1 : avec $U_n = 4n + 3$ (et on sait déjà, d'après une précédente fiche, que $U_9 = 39$).

On obtient : $U_{n+1} = 4(n+1) + 3 = 4n + 4 + 3$

$\rightarrow U_{n+1} = 4n + 7$

Pour calculer U_9 avec U_{n+1} , on remplace n par 8 !

On a : $U_{8+1} = U_9 = 4 \times 8 + 7 = 32 + 7 = 39$

$\rightarrow$ on obtient bien $U_9 = 39$

Exemple 2 : avec $U_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ (et on sait déjà, d'après une précédente fiche, que $U_9 = \dfrac{10}{11}$).

On obtient : $U_{n+1} = \dfrac{(n+1)+1}{(n+1)+2} = \dfrac{n+2}{n+3}$

Pour calculer U_9 avec U_{n+1} , on remplace n par 8 !

On a : $U_{8+1} = U_9 = \dfrac{8+2}{8+3} = \dfrac{10}{11}$

$\rightarrow$ on obtient bien $U_9 = \dfrac{10}{11}$

Les suites qui mélangent formule par récurrence ET formule explicite

Il faudra être particulièrement vigilant **à ne pas confondre** les "n " qui sont en indice et les " n " qui sont en facteurs. C'est une erreur malheureusement trop souvent observée.

Exemple : avec $U_{n+1} = 5U_n + 4n + 3$ et $U_0 = 2$ ⚠

On a : $U_1 = 5 \times U_0 + 4 \times 0 + 3$

$= 5 \times 2 + 4 \times 0 + 3 = 10 + 0 + 3 = 13$

⚠

$U_2 = 5 \times U_1 + 4 \times 1 + 3$

$= 5 \times 13 + 4 \times 1 + 3 = 65 + 4 + 3 = 72$