

Etude de signe d'expressions avec la fonction exponentielle Applications

Les exemples que l'on va voir sur cette fiche constitue chacun un petit exercice en soit.
Il n'y aura pas de réponses toutes faites, de résultat de cours à appliquer directement par coeur
Pour chacun, il faudra appliquer les méthodes de calculs apprises et bien conclure pour les signes.

Application 1 : On étudie le signe de $e^x - e^{2x+3}$

On résout : $e^x - e^{2x+3} = 0 \rightarrow e^x = e^{2x+3}$

On obtient : $x = 2x+3 \rightarrow -x = 3 \rightarrow x = -3$

On résout : $e^x - e^{2x+3} < 0 \rightarrow e^x < e^{2x+3}$

On obtient : $x < 2x+3 \rightarrow -x < 3 \rightarrow x > -3$
↑ ⚠

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
Signes de $e^x - e^{2x+3}$	$+$	0	$-$

Application 2 : On étudie le signe de $e^{-5x+2}(4x-8)$

Pour tout x , on aura $e^{-5x+2} > 0$ (positif).

Donc le signe de l'expression dépend du signe de $4x-8$.

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
Signes de e^{-5x+2}	$+$	$+$	$+$
Signes de $4x-8$	$-$	0	$+$
Signes de $e^{-5x+2}(4x-8)$	$-$	0	$+$

Application 3 : On étudie le signe de $xe^{-x} - x$

On commence par factoriser : $xe^{-x} - x = x(e^{-x} - 1)$

On résout : $e^{-x} - 1 = 0 \rightarrow e^{-x} = 1 \rightarrow -x = 0 \rightarrow x = 0$

On résout : $e^{-x} - 1 < 0 \rightarrow e^{-x} < 1 \rightarrow -x < 0 \rightarrow x > 0$
↑ ⚠

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signes de x	$-$	0	$+$
Signes de $e^{-x} - 1$	$+$	0	$-$
Signes de $xe^{-x} - x$	$-$	0	$-$