Dérivée et fonction exponentielle

La dérivée de la fonction exponentielle

La particularité de la fonction exponentielle est que *sa fonction dérivée est égale à elle-même* !

Pour tout nombre réel x, on a : $(e^x)' = e^x$

La fonction exponentielle est donc bien dérivable sur $]-\infty ; +\infty[$.

Exemple : avec la fonction définie par $f(x) = 4e^x + 7x$

$\rightarrow$ on obtient $f'(x) = 4e^x + 7$

Application : avec la fonction définie par $g(x) = 3x^2 e^x$

On applique la formule $(uv)' = u'v + uv'$

avec $u(x) = 3x^2 \rightarrow u'(x) = 6x$

$v(x) = e^x \rightarrow v'(x) = e^x$

On obtient : $g'(x) = \underbrace{6x}_{u'} \times \underbrace{e^x}_{v} + \underbrace{3x^2}_{u} \times \underbrace{e^x}_{v'}$

soit $g'(x) = e^x(6x + 3x^2)$

↳ on factorise par e^x

Fonction composée et dérivation

Pour avoir une fonction composée, il faut ici prendre l'exponentielle d'une autre fonction que *x tout seul*.
La formule générale et les exemples qui suivent sont à " *photographier mentalement* ".

Pour toute fonction u dérivable, on a $(e^u)' = u' \times e^u$

Des exemples de dérivée avec une fonction composée

avec $f(x) = e^{3x+1}$, on a $f'(x) = \underbrace{3}_{u'} \times e^{3x+1}$

avec $g(x) = e^{-x}$, on a $g'(x) = \underbrace{-1}_{u'} \times e^{-x} = -e^{-x}$

avec $h(x) = 5e^{-2x+3}$, on a $h'(x) = 5 \times \underbrace{(-2)}_{u'} e^{-2x+3} = -10e^{-2x+3}$

avec $i(x) = 4e^{x^2}$, on a $i'(x) = 4 \times \underbrace{2x}_{u'} e^{x^2} = 8xe^{x^2}$