Utilisation des dérivées : étude des variations d'une fonction avec exponentielle (2)

Les résultats généraux vus cette année sur le lien entre le tableau de signes de la fonction dérivée $f\,'$ et le tableau de variations de la fonction f restent parfaitement valables.
Encore une fois, l'introduction de la fonction *exponentielle* ne change aucune méthode. Elle demandera juste un peu de pratique au niveau des calculs.

Exemple : étude des variations d'une fonction "quotient"

On considère $h(x) = \dfrac{e^x}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$.

(la fonction h est bien définie sur $]0\,;+\infty[$)

→ on applique la formule $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

avec $u(x) = e^x \rightarrow u'(x) = e^x$

$v(x) = x \rightarrow v'(x) = 1$

On obtient : $h'(x) = \dfrac{e^x \times x - e^x \times 1}{x^2}$

→ on factorise le numérateur par e^x.

On a donc $h'(x) = \dfrac{e^x(x-1)}{x^2}$

On obtient donc :

x	0		1		$+\infty$
Signes de e^x	‖	$+$		$+$	
Signes de $x - 1$	‖	$-$	0	$+$	
Signes de x^2	‖	$+$		$+$	
Signes de la dérivée $h\,'$	‖	$-$	0	$+$	
Variations de la fonction h	‖	↘		↗	