Utilisation des dérivées : étude des variations d'une fonction avec exponentielle (1)

Les résultats généraux vus cette année sur le lien entre le tableau de signes de la fonction dérivée $f\,'$ et le tableau de variations de la fonction f restent parfaitement valables.
Encore une fois, l'introduction de la fonction *exponentielle* ne change aucune méthode. Elle demandera juste un peu de pratique au niveau des calculs.

Exemple : étude des variations de $f(x) = 4\ e^{-3x+6}$

On applique le résultat sur la dérivation d'une fonction composée.

On obtient : $f'(x) = 4 \times \underbrace{(-3)}_{u'} e^{-3x+6} = -12\,e^{-3x+6}$

$\boxed{\text{une exponentielle est toujours positive}}$

On obtient donc :

x	$-\infty$	$+\infty$
Signes de - 12	$-$	
Signes de e^{-3x+6}	$+$	
Signes de la dérivée $f\,'$	$-$	
Variations de la fonction f	↘	

Exemple : étude des variations d'une fonction "produit" définie par $g(x) = x\,e^{x}$

On applique la formule $(uv)' = u'v + uv'$

avec $u(x) = x \rightarrow u'(x) = 1$

$v(x) = e^x \rightarrow v'(x) = e^x$

On obtient : $g'(x) = \underbrace{1}_{u'} \times \underbrace{e^x}_{v} + \underbrace{x}_{u} \times \underbrace{e^x}_{v'} = e^x(x+1)$

$\boxed{\text{on factorise par } e^x}$

On obtient donc :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signes de e^{x}		$+$	|	$+$	
Signes de $x + 1$		$-$	0	$+$	
Signes de la dérivée $g\,'$		$-$	0	$+$	
Variations de la fonction g		↘		↗	