Comment résoudre une inéquation avec la fonction exponentielle

Les méthodes pour résoudre des inéquations vont complétement ressembler aux méthodes vues sur la *fiche précédente des équations*. En effet, il faudra se souvenir que la fonction *exponentielle* est ***croissante*** sur l'intervalle $]-\infty\,;+\infty[$, et donc la fonction *exponentielle* ***conserve*** l'ordre des inégalités.

Les propriétés vont être vues ici avec le signe $<$. Elles seraient bien sûr similaires avec $>$, $\geqslant$ ou $\leqslant$.

Cas n°1 : avec une exponentielle de chaque côté

Propriété

Om a : $e^x < e^y \overset{\text{(équivalent à)}}{\Longleftrightarrow} x < y$

Exemple : on résout l'équation $e^{2x+3} < e^4$

Om a : $e^{2x+3} < e^4 \Longleftrightarrow 2x+3 < 4$

Om obtient : $2x < 1 \rightarrow x < \frac{1}{2}$

L'ensemble solution est $S =]-\infty\,; \frac{1}{2}[$

Cas n°2 : avec les nombres 1 ou e comme résultats à obtenir

Propriétés (il faudra utiliser le fait que $e^0 = 1$ et $e^1 = e$)

Om a : $e^x < 1 \Longleftrightarrow e^x < e^0$ soit $x < 0$

Om a : $e^x < e \Longleftrightarrow e^x < e^1$ soit $x < 1$

Exemple : on résout l'équation $e^{3x-2} < 1$

Om a : $e^{3x-2} < 1 \Longleftrightarrow e^{3x-2} < e^0 \Longleftrightarrow 3x-2 < 0$

Om obtient : $3x < 2 \rightarrow x < \frac{2}{3}$

L'ensemble solution est $S =]-\infty\,; \frac{2}{3}[$

Exemple : on résout l'équation $e^{4x-1} - e < 0$

Om transforme $e^{4x-1} - e < 0$ en $e^{4x-1} < e$

Om a alors : $e^{4x-1} < e \Longleftrightarrow e^{4x-1} < e^1 \Longleftrightarrow 4x-1 < 1$

Om obtient : $4x < 2 \rightarrow x < \frac{2}{4} \rightarrow x < \frac{1}{2}$

L'ensemble solution est $S =]-\infty\,; \frac{1}{2}[$