

## Comment étudier le signe d'une expression avec la fonction exponentielle

### Un petit rappel

On sait que l'expression  $e^x$  est *strictement positive* pour tout  $x$  (on a  $e^x > 0$ , pour tout  $x$ ).  
Cela nous amène à mémoriser cette petite phrase : *une exponentielle est toujours positive.*

### La méthode

On a déjà appris à étudier le signe d'expressions de *fonctions affines* ou de *trinômes du second degré*.  
Il faut alors "démystifier" la *fonction exponentielle* qui ne va pas changer les méthodes générales.  
On sera donc amené à effectuer des factorisations, à résoudre des équations, des inéquations ...etc...

### Les exemples de base

On étudie le signe de  $-4e^{5x-3}$

Pour tout  $x$ , on a :  $e^{5x-3} > 0$  (positif)

Donc on a, pour tout  $x$ ,  $-4e^{5x-3} < 0$

L'expression  $-4e^{5x-3}$  est donc négative sur  $\mathbb{R}$ .

On étudie le signe de  $e^{-6x-5} + 2$

Pour tout  $x$ , on a :  $e^{-6x-5} > 0$  (positif)

Donc, en ajoutant 2, on a :  $e^{-6x-5} + 2 > 0$

L'expression  $e^{-6x-5} + 2$  est donc positive sur  $\mathbb{R}$ .

On étudie le signe de  $e^{2x-5} - 1$  → on va obtenir un tableau de signes essentiel pour cette année !

→ on résout  $e^{2x-5} - 1 = 0$  soit  $e^{2x-5} = 1 (= e^0)$

On obtient :  $2x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2}$

→ on résout  $e^{2x-5} - 1 < 0$  soit  $e^{2x-5} < 1$

On obtient :  $2x - 5 < 0 \rightarrow x < \frac{5}{2}$

On en déduit le tableau de signes suivant :

$x$	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
Signes de $e^{2x-5} - 1$	-	0	+