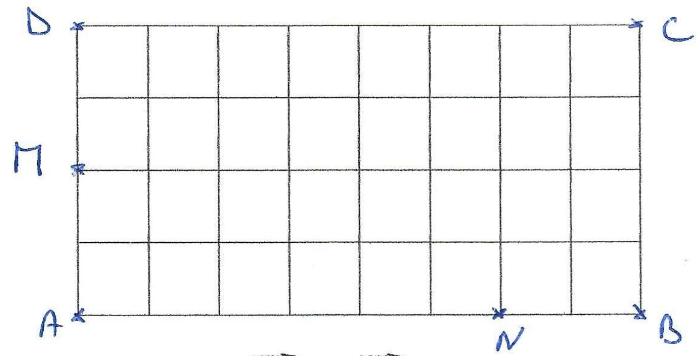
Comment définir un repère orthonormé
pour calculer un produit scalaire

Une compétence très intéressante à acquérir cette année est d'avoir *l'initiative* de définir soi-même un repère orthonormé, afin de pouvoir *exprimer les coordonnées* des différents points et, ainsi, de pouvoir utiliser la formule du produit scalaire valable dans les repères orthonormés.

Un exemple

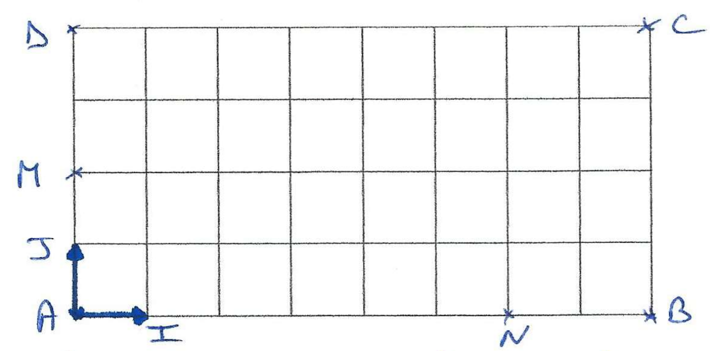
Dans un rectangle ABCD, on considère les points N et M tel que $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\ \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\ \overrightarrow{AD}$.



On veut calculer le produit scalaire $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{DN}$

Le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ n'est pas orthonormé

→ on va travailler dans le repère $(A, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ})$ car on a bien AI et AJ de même longueur.



Dans ce repère, on exprime les coordonnées des points.

On a : $M \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}$ $C \begin{vmatrix} 8 \\ 4 \end{vmatrix}$ $D \begin{vmatrix} 0 \\ 4 \end{vmatrix}$ $N \begin{vmatrix} 6 \\ 0 \end{vmatrix}$

On obtient donc : $\overrightarrow{MC} \begin{vmatrix} 8-0=8 \\ 4-2=2 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{DN} \begin{vmatrix} 6-0=6 \\ 0-4=-4 \end{vmatrix}$

On a donc les vecteurs $\overrightarrow{MC} \begin{vmatrix} 8 \\ 2 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{DN} \begin{vmatrix} 6 \\ -4 \end{vmatrix}$

On en déduit $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{DN} = 8 \times 6 + 2 \times (-4) = 48 + (-8) = 40$