Comment calculer un nombre dérivé : la méthode

La définition algébrique du nombre dérivé peut, au départ, un peu effrayé . Il faudra donc rapidement et sérieusement mettre en pratique son calcul un certain nombre de fois pour dépasser ces craintes !!

Définition

Pour une fonction f , le nombre dérivé de f en a se notera $f\,'(a)$ et se calculera de la façon suivante :

$$f\,'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Lien avec la courbe et ses tangentes

On se souviendra que le nombre dérivé $f\,'(a)$ correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe de f , au point d'abscisse a .
Concrètement, en un point de coordonnées (a ; $f(a)$), la tangente à la courbe C_f sera dirigée en ce point par le *vecteur directeur* (1 ; $f\,'(a)$) car $f\,'(a)$ est le *coefficient directeur* de cette tangente.

Méthode pratique de calcul

On nous demandera , dans cet exemple, de calculer le nombre dérivé en 3 d'une fonction f.

On cherche donc à calculer $f\,'(3) = \lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$

- on calculera $f(3+h)$ en remplaçant x par $3+h$
- on calcule ensuite $f(3)$ en remplaçant x par 3
- on calcule enfin $f(3+h) - f(3)$, puis $\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$.
- il nous reste à déterminer la limite du résultat obtenu lorsque h tend vers 0

Exemple : avec $f(x) = x^2$, on cherche $f'(3)$.

→ on calcule $f(3+h) = (3+h)^2 = 9 + 6h + h^2$

→ on calcule $f(3) = 3^2 = 9$

→ on calcule $\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \frac{9+6h+h^2-9}{h}$

On obtient : $\frac{6h+h^2}{h} = \frac{h(6+h)}{h} = 6+h$

ne pas barrer h sans réfléchir

on factorise par h et on peut alors simplifier par h

On a : $\lim_{h \to 0} (6+h) = 6$ donc $f'(3) = 6$.