

Comment calculer un nombre dérivé : des exemples (2)

Exemple 3 : avec $f(x) = 3\sqrt{x}$, on cherche $f'(4)$

→ on calcule $f(4+h) = 3\sqrt{4+h}$

→ on calcule $f(4) = 3 \times \sqrt{4} = 3 \times 2 = 6$

→ on calcule $\frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \frac{3\sqrt{4+h} - 6}{h}$

on obtient : $\frac{(3\sqrt{4+h} - 6)(3\sqrt{4+h} + 6)}{h(3\sqrt{4+h} + 6)}$

on utilise l'expression conjuguée

soit $\frac{3(4+h) - 36}{h(3\sqrt{4+h} + 6)} = \frac{3h}{h(3\sqrt{4+h} + 6)} = \frac{3}{3\sqrt{4+h} + 6}$

on utilise $a^2 - b^2$

on simplifie par h

On a : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3}{3\sqrt{4+h} + 6} = 0,75$ donc $f'(4) = 0,75 = \frac{3}{4}$

Exemple 4 : avec $f(x) = \frac{5}{x}$, on cherche $f'(2)$

→ on calcule $f(2+h) = \frac{5}{2+h}$

→ on calcule $f(2) = \frac{5}{2}$

→ on calcule $\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{\frac{5}{2+h} - \frac{5}{2}}{h}$

réduction au même dénominateur

on obtient : $\frac{5 \times 2 - 5(2+h)}{(2+h)2}$

$= \frac{10 - 10 - 5h}{2h(2+h)}$

soit $\frac{-5h}{2h(2+h)} = \frac{-5}{2(2+h)}$

on a $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc}$

on simplifie par h

On a : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-5}{2(2+h)} = -\frac{5}{4}$ donc $f'(2) = -\frac{5}{4}$