Comment calculer les termes d'une suite définie par une formule par récurrence

Il y a deux modes de génération d'une *suite numérique* : elle peut être définie avec une formule *explicite* ou avec une formule *par récurrence* .

Qu'est ce qu'une formule par récurrence ?

La *suite numérique* sera définie avec une formule par récurrence lorsque, dans le cas le plus général, on a une formule reliant le "*terme d'après*" U_{n+1} et son "*terme d'avant*" U_n .

Par exemple, l'expression $U_{n+1} = 4\,U_n + 3$ est une *formule par récurrence* qui définit bien une suite.

Comment calculer les termes de la suite

L'intérêt de la *formule par récurence* est de connaitre le lien entre les termes de la suite.
MAIS, pour le calcul des termes, cela amène une contrainte : pour calculer U_1 , il faut connaitre U_0 . Et pour calculer U_2 , il faut connaitre U_1 . Et donc, on ne peut calculer U_9 que si on connait U_8 .

Exemple 1 : avec $U_{n+1} = 4\,U_n + 3$ et $U_0 = 2$

On a $U_1 = 4 \times U_0 + 3 = 4 \times 2 + 3 = 11 \rightarrow U_1 = 11$

$U_2 = 4 \times U_1 + 3 = 4 \times 11 + 3 = 47 \rightarrow U_2 = 47$

$U_9 = 4 \times U_8 + 3 \rightarrow$ il faut donc connaitre U_8 .

Exemple 2 : avec $U_{n+2} = 5\,U_{n+1} - 2\,U_n$ et $U_0 = 3$; $U_1 = 4$

On a $U_2 = 5 \times U_1 - 2 \times U_0 = 5 \times 4 - 2 \times 3 = 14$

$U_3 = 5 \times U_2 - 2 \times U_1 = 5 \times 14 - 2 \times 4 = 62$

$U_4 = 5 \times U_3 - 2 \times U_2 = 5 \times 62 - 2 \times 14 = 282$

Avec la calculatrice

Il faut ici obligatoirement utiliser le *mode suite* des calculatrices. Par exemple, pour la suite définie par $U_{n+1} = 4\,U_n + 3$ et $U_0 = 2$, avec la TI-83 Premium CE, il faut respecter la procédure suivante :

- vous commencez en passant en *mode suite* .
- après avoir tapé sur la touche *f (x)* , vous mettez le curseur sur *SUITE(n+1)*.
- vous remplissez alors : *nMin* = 0 (car le premier terme a un rang égal à 0)
  u(n+1) = 4 *u(n)* + 3 (c'est la formule par récurrence de la suite)
  u(0) = 2 (car le premier terme est égal à 2)
- en utilisant la touche *déf tab* , vous tapez *DebutTbl = 0* (pour commencer le tableau de valeurs au rang 0) et *ΔTbl = 1* (pour que le rang augmente bien de 1 en 1)
- il ne reste plus qu'à afficher le tableau de valeurs en tapant sur la touche *table*.