# Comment calculer un angle à l'aide du produit scalaire

C'est une très belle application du produit scalaire.
Le principe est plutôt simple : on utilise la formule $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$.
Du coup, en connaissant les valeurs de $\vec{u}\cdot\vec{v}$, $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$, on en déduit l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$ en utilisant la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice.

**Exemple 1 : on connait déjà $\vec{u}\cdot\vec{v}$, $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$**

Déterminer une valeur, en degrés, de l'angle entre les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 4$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = 6$.

On remplace les valeurs dans la formule :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

→ on obtient : $6 = 3 \times 4 \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$

soit $6 = 12 \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$

On a donc : $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

soit $(\vec{u}, \vec{v}) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$

**Exemple 2 : on ne connait que les coordonnées de trois points**

Dans un repère orthonormé, on donne les points A ( 2 ; 3 ) B ( 3 ; 7 ) et C ( 8 ; 2 ).
Déterminer une valeur approchée, en degrés, de l'angle $\widehat{BAC}$, *qui correspond à* $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

On calcule $\overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l}3-2=1\\7-3=4\end{array}\right.$ et $\overrightarrow{AC}\left|\begin{array}{l}8-2=6\\2-3=-1\end{array}\right.$

et on calcule $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 1\times 6 + 4\times(-1) = 6 + (-4) = 2$

On calcule alors $\|\overrightarrow{AB}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$ avec la formule de la norme

On obtient : $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{1^2+4^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{6^2+(-1)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$

On remplace les valeurs dans la formule :

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$$

→ on obtient : $2 = \sqrt{17} \times \sqrt{37} \times \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

On a donc : $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{\sqrt{17}\times\sqrt{37}}$

soit $(\widehat{BAC}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{17}\times\sqrt{37}}\right) \approx 85°$