

Une étude complète de trinôme

On va reprendre ici, avec un exemple (*et à vous d'en faire d'autres !*), les différentes connaissances à avoir, les différents calculs à maîtriser afin d'être parfaitement à l'aise avec l'étude d'un trinôme.

On va ici étudier le trinôme $-2x^2 + 4x + 6$

$$\rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \\ c = 6 \end{cases}$$

Les coordonnées du sommet

$$\text{on calcule } \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \times (-2)} = \frac{-4}{-4} = 1$$

$$\text{on calcule } \beta = -2 \times 1^2 + 4 \times 1 + 6 = -2 \times 1 + 4 + 6 = 8$$

Donc le sommet aura pour coordonnées $(1; 8)$

La forme canonique du trinôme

$$a(x - \alpha)^2 + \beta \quad \text{soit} \quad -2(x - 1)^2 + 8$$

Le tableau de variations du trinôme (le coefficient a est négatif, courbe en "∩")

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variations du trinôme $-2x^2 + 4x + 6$			

Les racines du trinôme (calcul du discriminant)

on calcule $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times (-2) \times 6 = 64 > 0$
 Le discriminant est positif, il y a deux racines.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{64}}{2 \times (-2)} = \frac{-4 - 8}{-4} = \frac{-12}{-4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{64}}{2 \times (-2)} = \frac{-4 + 8}{-4} = \frac{4}{-4} = -1$$

Le tableau de signes (le coefficient a est négatif, courbe en "∩")

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
Signes du trinôme $-2x^2 + 4x + 6$	-	0	+	0	-

La forme factorisée du trinôme

$$a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{soit} \quad -2(x - 3)(x - (-1)) = -2(x - 3)(x + 1)$$

Allure de la courbe représentative

