Le célèbre problème de la zone de baignade

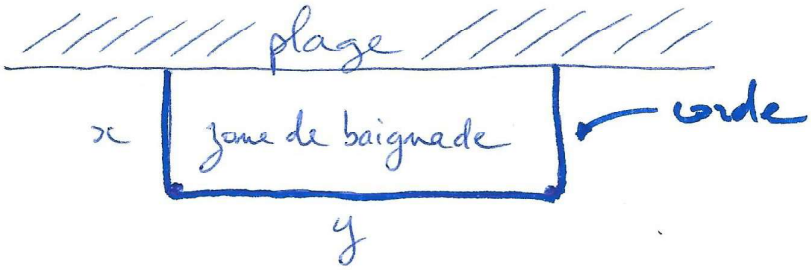
Devant un *problème* mathématique, les étapes pour sa *résolution* sont toujours les mêmes :

- on fait le choix de *l'inconnue* (très souvent appelé x) , ou des *inconnues* (si elles sont plusieurs).
- on retranscrit la consigne sous la forme d'une *expression algébrique*.
- on répond à la question en résolvant, suivant le cas, une équation ou une inéquation, ou comme dans cette fiche en étudiant les variations d'un trinôme.

Un exemple célèbre d'énoncé : le problème de la zone de baignade

Un moniteur sur une plage veut délimiter une zone de baignade la "plus grande" possible, afin de pouvoir l'ouvrir au maximum de personnes.
Pour cela, il a une corde qui mesure 180 mètres, et qu'il va installer suivant le schéma ci-dessous.
Quelle doit être alors la largeur de cette zone de baignade rectangulaire pour que son aire soit la plus grande possible ?

→ schéma :



La solution

La corde mesure 180 m.

Donc on a : $2x + y = 180 \rightarrow y = 180 - 2x$

L'aire de la zone de baignade sera égale à :

$x \times y = x(180 - 2x) = -2x^2 + 180x$

On cherche le maximum du trinôme $-2x^2 + 180x$

$\hookrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 180 \\ c = 0 \end{cases}$

On calcule $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-180}{2\times(-2)} = \frac{-180}{-4} = 45$

Donc, le maximum de ce trinôme (c'est à dire l'aire maximale) est obtenu pour une largeur égale à 45m.

Cela correspond à une longueur égale à $180 - 2\times 45$

soit une longueur égale à 90 m,

et on a une aire maximale de $45 \times 90 = 4050\ m^2$.