

Comment résoudre une équation du second degré On utilise le discriminant

Nous savons, pour le moment, résoudre des équations du premier degré (par exemple, $4x + 17 = 42$). Pour résoudre une *équation du second degré* (par exemple, $3x^2 - 7x + 2 = 0$), nous allons voir ici la méthode générale, que l'on pourra appliquer dans tous les cas de trinômes. Parfois, dans certains cas particuliers, une autre méthode sera possible. Il sera intéressant de la voir, de la comprendre, en se souvenant que la méthode générale fonctionnerait quand même !

Méthode générale, avec le discriminant Δ (delta)

Le *discriminant* est un outil de calcul noté Δ .

→ pour un trinôme noté $ax^2 + bx + c$, on a le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.

Le signe de ce discriminant Δ va nous donner le nombre de solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, et la valeur de ces solutions (appelées aussi les *racines* du trinôme).

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, on calcule donc son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.

- si ce discriminant est strictement positif ($\Delta > 0$), alors l'équation possède 2 solutions distinctes.

$$\text{On aura } x_1 = \frac{-b - \sqrt{(\Delta)}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{(\Delta)}}{2a}.$$

- si ce discriminant est nul ($\Delta = 0$), alors l'équation possède une seule solution.

$$\text{On aura } x_0 = \frac{-b}{2a}.$$

- si ce discriminant est strictement négatif ($\Delta < 0$), alors l'équation n'a aucune solutions réelle.

Exemple fondamental

On veut résoudre l'équation $3x^2 - 7x + 2 = 0$

↳ avec $a = 3$; $b = -7$; $c = 2$

$$\text{on calcule : } \Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 3 \times 2 \\ = 49 - 24 = 25 > 0$$

Le discriminant Δ est positif,
il y a deux racines.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) - \sqrt{25}}{2 \times 3} = \frac{7 - 5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) + \sqrt{25}}{2 \times 3} = \frac{7 + 5}{6} = \frac{12}{6} = 2$$