

Comment résoudre un problème du second degré

Devant un *problème* mathématique, les étapes pour sa *résolution* sont toujours les mêmes :

- on fait le choix de *l'inconnue* (très souvent appelé x), ou des *inconnues* (si elles sont plusieurs).
- on retranscrit la consigne sous la forme d'une *expression algébrique*.
- on répond à la question en résolvant, suivant le cas, une équation ou une inéquation.

Un exemple très classique d'énoncé

Un rectangle a un périmètre égal à 96 m et une aire égale à 540 m².
Quelles sont les mesures des côtés de ce rectangle ?

La solution

On fait un schéma :



On veut: périmètre = 96 $\rightarrow 2(x+y) = 96$

aire = 540 $\rightarrow x \times y = 540$

On résout le système: $\begin{cases} 2(x+y) = 96 \\ xy = 540 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y = 48 \\ xy = 540 \end{cases}$

On remplace y par $48-x$ dans la 2^e équation.

On obtient: $\begin{cases} y = 48-x \\ x(48-x) = 540 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 48-x \\ 48x - x^2 = 540 \end{cases}$

On résout alors: $48x - x^2 = 540$

soit $-x^2 + 48x - 540 = 0 \rightarrow a = -1; b = 48; c = -540$

On calcule $\Delta = b^2 - 4ac = 48^2 - 4 \times (-1) \times (-540) = 144 > 0$

Il y a deux racines: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-48 - \sqrt{144}}{2 \times (-1)} = 30$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-48 + \sqrt{144}}{2 \times (-1)} = 18$$

Or, si $x = 30$ alors on a $y = 48 - 30 = 18$

et si $x = 18$ alors on a $y = 48 - 18 = 30$

CONCLUSION :

Le rectangle a des côtés qui mesurent 18 m et 30 m.