

Comment obtenir la forme factorisée d'un trinôme

En plus de la forme *développée* d'un trinôme, et de sa forme *canonique*, on peut également obtenir une troisième forme qui présentera un certain intérêt. C'est la forme *factorisée* !

Cette forme factorisée va utiliser les *racines* du trinôme. Donc, en fonction du signe du discriminant Δ et, donc, du nombre de racines, on n'obtiendra pas du tout la même chose !!

Formules

On veut factoriser l'expression $ax^2 + bx + c$. On calcule donc son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.

- si ce discriminant est strictement positif ($\Delta > 0$), alors il y a 2 racines notées x_1 et x_2 .
L'expression $ax^2 + bx + c$ se factorise sous la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$.
- si ce discriminant est nul ($\Delta = 0$), alors il y a une racine notée x_0 .
L'expression $ax^2 + bx + c$ se factorise sous la forme $a(x - x_0)^2$.
- si ce discriminant est négatif ($\Delta < 0$), alors il n'y a pas de racine.
L'expression $ax^2 + bx + c$ ne se factorise pas !

Exemple 1 : on veut factoriser le trinôme $x^2 - 4x - 21 \rightarrow a=1; b=-4; c=-21$

On a vu que ce trinôme avait deux racines : -3 et 7.

La forme factorisée s'écrit : $1 \times (x - (-3))(x - 7)$

soit $(x + 3)(x - 7)$

Exemple 2 : on veut factoriser le trinôme $2x^2 + 4x + 2 \rightarrow a=2; b=4; c=2$

On a vu que ce trinôme avait une seule racine : -1.

La forme factorisée s'écrit : $2 \times (x - (-1))^2$

soit $2(x + 1)^2$

Exemple 3 : on veut factoriser le trinôme $x^2 - 3x + 5 \rightarrow a=1; b=-3; c=5$

On a vu que ce trinôme n'avait pas de racine.

Donc, ce trinôme n'a pas de forme factorisée.

Remarque

On peut vérifier, pour un trinôme, l'égalité entre ses formes *développée*, *canonique* et *factorisée*. Il suffit de développer ces deux dernières et de vérifier qu'elles sont égales à la forme développée.

Avec la forme développée du trinôme $3x^2 - 6x - 9$,
on peut vérifier que l'on obtient la forme canonique
 $3(x - 1)^2 - 12$ et la forme factorisée $3(x + 1)(x - 3)$.

On peut alors vérifier l'égalité entre ces trois formes :

$$3x^2 - 6x - 9 = 3(x - 1)^2 - 12 = 3(x + 1)(x - 3).$$