

## Comment obtenir la forme canonique d'un trinôme

### La forme développée d'un trinôme

Elle s'écrit avec les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  sous la forme  $ax^2 + bx + c$

L'écriture  $7x^2 + 4x + 1$  est la forme développée du trinôme  $\rightarrow$  avec  $a=7$ ;  $b=4$ ;  $c=1$

### La forme canonique d'un trinôme

A partir de la forme *développée* d'un trinôme, on peut trouver sa forme *canonique*.

Cette forme *canonique* s'écrit sous la forme  $a(x - \alpha)^2 + \beta$ .

- le coefficient  $a$  est le même que celui de la forme *développée*.
- le nombre  $\alpha$  ("alpha") se calcule facilement : il est égal à  $-\frac{b}{2a}$ .
- le nombre  $\beta$  ("bêta") se calcule également: c'est l'image du nombre  $\alpha$  par la fonction trinôme (on remplace  $x$  par la valeur de  $\alpha$ ).

Exemple : avec le trinôme  $3x^2 - 24x + 63$

$\rightarrow$  avec  $a=3$ ;  $b=-24$ ;  $c=63$

on calcule :  $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-24)}{2 \times 3} = \frac{24}{6} = 4$

on calcule :  $\beta = 3 \times 4^2 - 24 \times 4 + 63 = 3 \times 16 - 96 + 63 = 15$   
 $\uparrow \quad \uparrow$  on remplace  $x$  par 4

on obtient la forme canonique :  $3(x-4)^2 + 15$ .

### Forme canonique et sommet de la parabole

Les nombres  $\alpha$  et  $\beta$  de la forme canonique correspondent aux coordonnées du sommet de la parabole.

Le nombre  $\alpha$  correspond à l'abscisse de ce sommet.

Le nombre  $\beta$  correspond à son ordonnée (c'est donc le *maximum* si la courbe est du type " $\cap$ " ou le *minimum* du trinôme si la courbe est du type " $\cup$ ").

• Avec  $2(x-1)^2 - 3$ , on aura un minimum

(courbe en  $\cup$ ) de coordonnées  $(1; -3)$   
 $\uparrow \quad \uparrow$   $\alpha \quad \beta$

• Avec  $-2(x+4)^2 + 6 = -2(x - (-4))^2 + 6$ , on aura un maximum (courbe en  $\cap$ ) de coordonnées

$(-4; 6)$   
 $\uparrow \quad \uparrow$   $\alpha \quad \beta$