

## Résoudre une équation du second degré Application

De nombreux exercices de Terminale vont nous proposer de résoudre des équations du troisième degré ou, même, du quatrième degré.

Pour cela, on aura besoin de factoriser l'expression, en faisant apparaître des trinômes du second degré. La méthode la plus efficace est alors de développer une expression dans laquelle on pose des coefficients, que l'on déterminera en effectuant une identification terme à terme.

**Un exemple** : On considère l'équation (E) :  $z^3 - 5z^2 + 11z - 15 = 0$

*Question 1* : Montrer qu'il existe et déterminer trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :

$$z^3 - 5z^2 + 11z - 15 = (z - 3)(az^2 + bz + c)$$

On développe l'expression  $(z-3)(az^2 + bz + c)$ .

On obtient :  $az^3 + bz^2 + cz - 3az^2 - 3bz - 3c$

soit  $az^3 + (b-3a)z^2 + (c-3b)z - 3c$

On identifie terme à terme avec  $z^3 - 5z^2 + 11z - 15$

$$\rightarrow \text{on obtient } \begin{cases} a=1 \\ b-3a=-5 \\ c-3b=11 \\ -3c=-15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b-3=-5 \\ 5-3b=11 \\ c=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=5 \end{cases}$$

*Question 2* : En déduire les solutions de l'équation (E).

On résout donc l'équation  $(z-3)(z^2-2z+5)=0$

On obtient :  $z-3=0$  ou  $z^2-2z+5=0$

Pour  $z-3=0$ , on obtient  $z=3$

Pour  $z^2-2z+5=0$ , on calcule  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 5$

$\rightarrow$  on a  $\Delta = -16 < 0$ .

On obtient donc deux solutions complexes :

$$z_1 = \frac{2+4i}{2} = 1+2i \text{ et } z_2 = \frac{2-4i}{2} = 1-2i$$

Conclusion : l'équation (E) a trois solutions

$$\{ 3 ; 1+2i ; 1-2i \}$$