

Module d'un nombre complexe Distance entre deux points

Définition et calcul du module

Pour un nombre complexe s'écrivant $z = a + ib$, son **module** noté $|z|$ sera égal à $\sqrt{a^2 + b^2}$.

Ce module est donc un nombre réel. Il représente la **distance** entre le point correspondant et l'origine du repère. Donc, pour un point M, d'affixe z_M , on aura $|z_M| = OM$.

avec $z_A = 2 + 3i$,

$$\text{on a } OA = |z_A| = |2 + 3i| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

avec $z_B = 1 - i$,

$$\text{on a } OB = |z_B| = |1 - i| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

avec $z_C = -4 + \sqrt{2}i$,

$$\text{on a } OC = |z_C| = |-4 + \sqrt{2}i| = \sqrt{(-4)^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{16 + 2} = \sqrt{18}$$

avec $z_D = 6i$,

$$\text{on a } OD = |z_D| = |6i| = \sqrt{0^2 + 6^2} = \sqrt{36} = 6$$

Distance entre deux points

Elle pourra s'exprimer à l'aide d'un module. On aura tout simplement : $AB = |z_B - z_A|$.

Mais attention à ne pas confondre avec $|z_B| - |z_A|$. Le module $|z_B - z_A|$ **n'est pas égal à** $|z_B| - |z_A|$.

Pour calculer le module $|z_B - z_A|$, on calcule la différence $z_B - z_A$, puis on calcule le module du résultat.

Exemple : avec $z_A = 7 - i$ et $z_B = 4 + 6i$

$$\text{on a } AB = |z_B - z_A| = |4 + 6i - (7 - i)|$$

$$= |4 + 6i - 7 + i| = |-3 + 7i|$$

$$\text{Donc on a } AB = |-3 + 7i| = \sqrt{(-3)^2 + 7^2} = \sqrt{9 + 49}$$

$$\text{On obtient } AB = \sqrt{58}$$

Remarques

Le module $|z - 3i|$ représente la distance AM entre un point M d'affixe z et un point A d'affixe $3i$.

On a bien $|z - 3i| = |z_M - z_A| = AM$.

Le module $|z - 5 + 2i|$ représente la distance BM entre un point M d'affixe z et un point B d'affixe $5 - 2i$.

En effet, on a $|z - 5 + 2i| = |z - (5 - 2i)| = |z_M - z_B| = BM$.

Il faut en fait bien tenir compte du signe "-" de la formule générale afin de donner des affixes correctes.