

Une autre méthode pour résoudre un système : la substitution

Cette méthode sera intéressante à utiliser lorsque l'un des coefficients du système est égal à 1 ou à -1 . Dans ces cas, une des inconnues peut être isolée "rapidement", sans avoir de division à effectuer.

Exemples : les systèmes suivants peuvent être traités avec la *méthode par substitution* (ne pas oublier cependant, qu'à tout moment, la *méthode par combinaison* serait applicable).

$$\begin{cases} 4x + 5y = 22 \\ 6x - y = 16 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} 7x - 6y = 9 \\ 4x + y = 14 \end{cases}$$

C'est ce qui amène vers la méthode par substitution

La méthode

On veut résoudre le système suivant

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7 & \text{équation (1)} \\ 2x + y = 12 & \text{équation (2)} \end{cases}$$

Étape 1 : on isole ici la lettre y dans l'équation (2) et on remplace cette expression de y dans l'équation (1). On n'oubliera pas de bien mettre des parenthèses sur l'expression remplacée.

$$\text{On a } \begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 2x + y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ y = 12 - 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 4(12 - 2x) = 7 \\ y = 12 - 2x \end{cases}$$

Étape 2 : après développement, l'équation (1) devient une *équation à une inconnue*. On la résout, afin de trouver la valeur de x (on prendra l'habitude de bien conserver le système écrit avec ses deux équations).

$$\begin{aligned} \text{On résout : } & 3x - 4(12 - 2x) = 7 \\ & 3x - 48 + 8x = 7 \\ & 11x = 55 \\ & x = 55 : 11 = 5 \rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

Étape 3 : on connaît maintenant la valeur de x , et on remplace donc la lettre x par 5 dans l'équation (2). On obtient alors directement la valeur de y .

$$\text{On a } \begin{cases} x = 5 \\ y = 12 - 2 \times 5 = 2 \end{cases}$$

Donc le couple solution du système est $(5; 2)$

Vérification : on va la faire pour cette fiche mais elle ne sera pas à faire pour chaque résolution. On va donc remplacer ici x par 5 et y par 2.

$$\text{On vérifie } \begin{cases} 3 \times 5 - 4 \times 2 = 15 - 8 = 7 \\ 2 \times 5 + 2 = 10 + 2 = 12 \end{cases}$$