Les trois écritures possibles d'un nombre complexe

Il est fondamental de comprendre qu'un nombre complexe peut s'écrire sous trois formes possibles.
En apparence, ces trois formes seront "visuellement" différentes, mais elles seront bien sûr *égales entre elles* et correspondront au même nombre complexe.

La forme algébrique

Elle s'écrit à l'aide de deux nombres réels :

l'un représentant la *partie réelle* du nombre complexe (donc *l'abscisse* du point)
et l'autre la *partie imaginaire* du nombre complexe (donc *l'ordonnée* du point).

On a par exemple :

$$z_A = \underbrace{\boxed{3}}_{\text{partie réelle}} + \overbrace{\boxed{\sqrt{3}}}^{\text{partie imaginaire}}\, i$$

La forme exponentielle

Elle s'écrira également à l'aide de deux nombres :

l'un représentant le *module* du nombre complexe (donc la *distance* du point correspondant par rapport à l'origine du repère)
et l'autre représentant l'*argument* (donc l'*angle* par rapport à l'axe des abscisses)

Le même nombre complexe z_A pourrait s'écrire :

$$z_A = \underbrace{\boxed{2\sqrt{3}}}_{\text{module}}\, e^{i\boxed{\frac{\pi}{6}}} \quad \boxed{\text{argument}}$$

La forme trigonométrique

C'est une variante de l'écriture exponentielle, qui utilise aussi le *module* et l'*argument*.
Elle utilise le fait que l'on a l'égalité $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$

Le même nombre complexe z_A pourrait s'écrire :

$$z_A = 2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$$

Bilan

On a : $z_A = 3 + \sqrt{3}\,i = 2\sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{6}} = 2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

Remarque

Le nombre complexe $z = -2e^{i\frac{\pi}{4}}$ n'est pas une écriture exponentielle à cause du (-2) qui est négatif !