La définition d'un nombre complexe
Le nombre *i*

Point de départ

Le nombre *i* est un nombre *imaginaire*. Ce n'est pas un nombre *réel*, ce nombre *i* n'est égal à rien de "connu" jusque là.

Par contre , ce nombre *i* est défini par ***une égalité fondamentale*** : $\mathbf{i^2 = -1}$

Application : on part du nombre "i" qui est imaginaire.

On a donc $i^2 = -1$ et aussi $(-i)^2 = -1$

On aura ainsi : $i^3 = i^2 \times i = -1 \times i = -i$

$i^4 = i^2 \times i^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$i^5 = i^4 \times i = 1 \times i = i$

Définition d'un nombre complexe

On appellera ***nombre complexe*** tout nombre s'écrivant sous la forme $z = a + i\,b$, où " a " et " b " sont des nombres ***réels***.

→ Cette écriture s'appelant alors la ***forme algébrique*** du nombre complexe.

→ Le nombre " a " s'appelle la ***partie réelle*** de ce nombre complexe, et se note $Re\,(z)$.

→ Le nombre " b " s'appelle la ***partie imaginaire*** de ce nombre complexe, et se note $Im\,(z)$.

Quelques pièges à éviter !

Dans le nombre complexe $z = 3 + 4\,i$, on dira bien que la partie imaginaire est égale à 4 et non pas à 4 i . On aura bien ici $Re\,(z) = 3$ et $Im\,(z) = 4$.

Si on nous donne un nombre complexe $z = 6\,i + 2$, il "faut" le réécrire dans le bon ordre sous la forme $z = 2 + 6\,i$. On aura bien ici $Re\,(z) = 2$ et $Im\,(z) = 6$.

Exemples :

avec $z = 6 - 2i$, on a $Re(z) = 6$ et $Im(z) = -2$

avec $z = 3 + i$, on a $Re(z) = 3$ et $Im(z) = 1$

avec $z = 7i - 4$, on a $Re(z) = -4$ et $Im(z) = 7$

avec $z = 5i$, on a $Re(z) = 0$ et $Im(z) = 5$

avec $z = 7$, on a $Re(z) = 7$ et $Im(z) = 0$