Corrigé

de l'épreuve de mathématiques

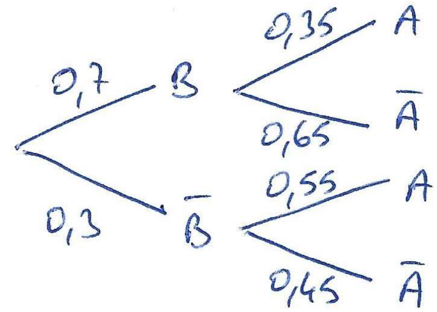
Bac ES

Centres Etrangers - Pondichery juin 2019

Correction proposée
par
Bruno Swiners
sur
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1 :

Partie A : ①



② on utilise la formule des probabilités totales

$P(A) = P(A \cap B) + p(A \cap \bar{B})$

$= 0,7 \times 0,35 + 0,3 \times 0,35 = 0,41$

③ on cherche $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0,7 \times 0,35}{0,41} \simeq 0,598 > 0,5$

Le directeur va proposer l'audioguide sur le site !

Partie B : ① avec NormalFRep, on a $p(T \leq 6) \simeq 0,023$

② on peut à nouveau utiliser NormalFRep

ou on peut reconnaître un intervalle 2σ ($\sigma = 2 \to 2\sigma = 4$)

Donc $p(6 \leq T \leq 14) \simeq 0,954$

③ on obtient $a \simeq 11,35$

On utilise InvNormale (en sélectionnant ZONE $\boxed{\text{DROIT}}$)

ou il faut passer par $p(T \leq a) = 1 - 0,25 = 0,75$.

→ il y a une probabilité de 25% que le visiteur reste plus de 11,35 minutes.

④ on utilise un intervalle de fluctuation avec $p_{\text{annoncée}} = 0,25$ et $n = 720$

on a : $I_f = \left[p - 1,96 \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96 \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$

soit $I_f = [0,218 ; 0,282]$

or la fréquence observée est $\dfrac{161}{720} \simeq 0,224 \in I_f$

Donc l'échantillon confirme l'étude.

Exercice 2 : Les bonnes réponses de ce QCM sont :

① d ② b ③ b ④ d

Quelques explications tout de même :

① on utilise $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} \,;\, p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ avec $p = \frac{817}{3000}$ et $n = 3000$

② on cherche la valeur qui vérifie $\frac{\square}{4200} = 0{,}36$

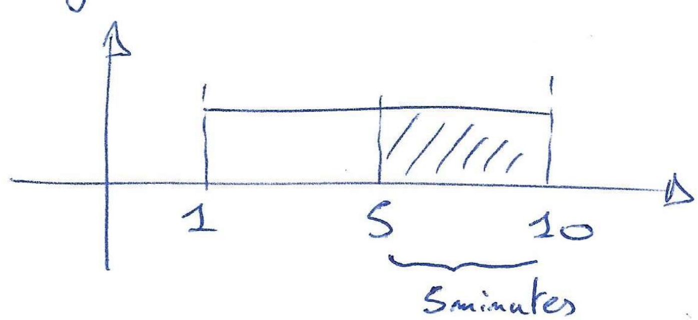
③ L'algorithme D ne fonctionne pas à cause de la condition, non vérifiée, $A > 30\,000$

L'algorithme C ne change jamais l'indice N.

L'algorithme A ne change l'indice N qu'une seule fois, après tous les calculs.

(il affichera donc $N = 2$!)

④ on peut faire le schéma suivant



9 minutes $\rightarrow p(T \geq 5) = \frac{5}{9}$

Exercice 3 :

1 a) on a : $U_1 = 0,8 \times 150 + 35 = 155$

b) La baisse de 20% amène à multiplier U_n par le coefficient 0,80

L'ajout de 35 vélos amène à ajouter 35 !

Donc on a bien $U_{n+1} = 0,8\,U_n + 35$.

2 a) dans B3 → $\boxed{=0,8*B2+35}$

b) La limite semble être égale à 175.

3 a) on sait que $U_{n+1} = 0,8\,U_n + 35$

$V_n = U_n - 175 \rightarrow U_n = V_n + 175$

on part de :

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= U_{n+1} - 175 \\ &= 0,8\,U_n + 35 - 175 \\ &= 0,8(V_n + 175) + 35 - 175 \\ &= 0,8\,V_n + \underbrace{0,8 \times 175 + 35 - 175}_{0} \end{aligned}$$

soit $V_{n+1} = 0,8\,V_n$

La suite (V_n) est géométrique de raison 0,8 et de premier terme $V_0 = U_0 - 175 = -25$

b) on en déduit :

$$V_n = V_0 \times q^{(n-0)} = -25 \times (0,8)^n$$

et donc on a : $U_n = V_n + 175$

$$= -25 \times (0,8)^n + 175$$

ⓒ On a : $0 < 0{,}8 < 1 \rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} (0{,}8)^n = 0$

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} -25 \times (0{,}8)^n = 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 175$

④ On résout l'inéquation :

$$U_n \geq 170$$

$$-25 \times 0{,}8^n + 175 \geq 170$$

$$-25 \times 0{,}8^n \geq -5$$

$$0{,}8^n \leq \frac{-5}{-25}$$ (division par un négatif)

on applique alors la fonction "ln".

$$\ln 0{,}8^n \leq \ln\left(\frac{5}{25}\right)$$

$$\rightarrow \quad n \times \ln 0{,}8 \leq \ln\left(\frac{5}{25}\right)$$

soit $n \geq \dfrac{\ln\left(\frac{5}{25}\right)}{\ln 0{,}8}$ (car $\ln 0{,}8$ est négatif)

On obtient $n \geq 7{,}21$

soit à partir du rang $N = 8$!

Le nombre de vélos en stock dépassera 170 à partir de la 8e année, soit ici en $2018 + 8 = 2026$.

Exercice de Spé :

① ⓐ Le graphe n'est pas complet car, par exemple, le sommet M n'est pas directement relié par une arête à chacun des autres sommets.

ⓑ Le graphe est connexe, par contre, car pour tous les sommets, il existe un chemin qui permet de rejoindre chacun des autres sommets.

② Il existe une chaine eulérienne car on a deux sommets de degré impair.

sommet	E	R	P	M	F	V
degré	4	3	4	2	4	3

→ la réponse est donc $\boxed{\text{oui}}$ et le parcours pourra partir de R ou de V (de degré impair)

③ ⓐ

$$\text{Matrice } N = \begin{array}{c} \\ E \\ F \\ M \\ P \\ R \\ V \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} E & F & M & P & R & V \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

ⓑ On regarde dans N^3 le nombre de chemins entre E et V (ou entre V et E) → $\boxed{5}$

④ on va utiliser ici l'algorithme de Dijkstra dans lequel on va barrer au fur et à mesure les chemins trop longs.

R	E	P	V	F	M
—	R(5)	R(4)	P(9)	~~E(11)~~	~~E(13)~~
—	~~P(7)~~	~~E(8)~~	~~R(10)~~	~~P(11)~~	F(12)
—				V(10)	

Le plus court chemin est donc :

R – P – V – F – M.

Il mesure 12 km.

Exercice 4

Partie A : ① on a $f(0)=2$
$f(2)=0$ (lecture d'image)

② La tangente au point d'abscisse 1 est horizontale donc $f'(1)=0$

③ pour cette tangente :
ordonnée à l'origine $= 2$
coefficient directeur $= 1$
On obtient : $y = 1x+2 = x+2$

④ on trace une droite "horizontale" passant par 1
$\rightarrow$ il y a 2 solutions.

⑤

x	-10		1		2
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

f est croissante sur $[-10;1]$
et décroissante sur $[1;2]$

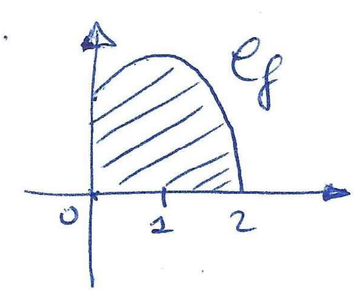
⑥ Le point A semble être un point d'inflexion
$\rightarrow$ f est convexe sur $[-10;0]$ et concave sur $[0;2]$.

⑦ ⓐ c'est l'aire sous la courbe entre 0 et 2

ⓑ on compte les carreaux et il semble que l'aire soit entre 4 et 5.

⚠

L'énoncé parle bien pour cette partie de "lecture graphique".



Partie B :

① on a $f(1) = (2-0)e^0 = 2 \times 1 = 2$

$f(2) = (2-2)e^2 = 0 \times e^2 = 0$

ⓐ on utilise la formule $(uv)' = u'v + uv'$

→ on a $f'(x) = \underbrace{-1}_{u'} \times \underbrace{e^x}_{v} + \underbrace{(2-x)}_{u}\underbrace{e^x}_{v'} = e^x(-1+2-x) = e^x(1-x)$

ⓑ On en déduit $f'(1) = e^1 \times (1-1) = e^1 \times 0 = 0$

et l'équation de la tangente au point d'abscisse 0 est :

$y = f'(0) \times (x-0) + f(0) = 1 \times x + 2 \rightarrow y = x+2$

③ ⓐ Le signe de f' dépend du signe de $(1-x)$

On a donc :

x	-10		1		2
f'		$+$	0	$-$	
f	$f(-10) = 12e^{-10} \simeq 5 \times 10^{-4}$	↗	$f(1) = e$	↘	$f(2) = 0$

ⓑ on a $e \simeq 2{,}7$ Donc $1 \in [5 \times 10^{-4} ; e]$

et $1 \in [0 ; e]$

Donc, en appliquant deux fois le théorème des valeurs intermédiaires, on montre qu'il y a une solution de l'équation dans $[-10 ; 1]$ et qu'il y a une solution dans $[1 ; 2]$.

A la calculatrice, on obtient :

$x_1 \simeq -1{,}15$

$x_2 \simeq 1{,}84$

④ On voit ici que $f''(x) = -xe^x$

→ le signe de f'' dépend du signe de $-x$

Donc on a :

x	-10		0		2
f''		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

↑ point d'inflexion

⑤ ⓐ On calcule F' avec $(uv)' = u'v + uv'$

→ On obtient :

$$F'(x) = \underbrace{-1}_{u'} \times \underbrace{e^x}_{v} + \underbrace{(3-x)}_{u}\underbrace{e^x}_{v'} = e^x(-1+3-x)$$

soit $F'(x) = e^x(2-x) = f(x)$

Donc F est bien une primitive de f.

ⓑ On a $I = \int_0^2 f(x)\,dx = F(2) - F(0)$

$$= (3-2)e^2 - (3-0)e^0$$

$$= 1 \times e^2 - 3 \times e^0 = e^2 - 3$$

→ $I = e^2 - 3$ (valeur exacte)

$\simeq 4,39$ (valeur approchée)