Corrigé

de l'épreuve de mathématiques

Bac ES

Antilles - Guyane juin 2019

Correction proposée
par
Bruno Swiners
sur
www.coursmathsaix.fr

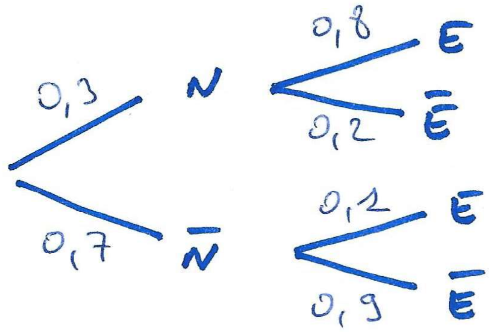
Exercice 1 :

Partie A

① ⓐ $P(N) = \frac{15}{50} = 0{,}3$ car il y a 15 numéros gagnants sur un total de 50 numéros.

$P_N(E) = \frac{8}{10} = 0{,}8$ car si on a découvert un numéro compris entre 1 et 15, alors il y a 8 secteurs étoilés sur un total de 10 secteurs.

ⓑ



② on cherche $P(N \cap E) = p(N) \times p_N(E)$

$= 0{,}3 \times 0{,}8 = 0{,}24$

③ on cherche $p(E)$ → formule des probabilités totales

$p(E) = p(E \cap N) + p(E \cap \bar{N})$

$= 0{,}3 \times 0{,}8 + 0{,}7 \times 0{,}1 = 0{,}24 + 0{,}07 = 0{,}31$

④ on cherche $p_E(N) = \frac{p(E \cap N)}{p(E)} = \frac{0{,}24}{0{,}31} \approx 0{,}77$

Partie B → c'est une loi BINOMIALE

① On a $n = 100$ et $p = 0{,}31$

② on cherche $p(X = 30)$.

On obtient : $p(X = 30) \approx 0{,}085$

(en utilisant binomFdp sur la calculatrice)

③ on utilise l'espérance $E(X)$ d'une loi binomiale

→ $E(X) = n \times p = 100 \times 0{,}31 = 31$

→ il y a en moyenne 31 bons d'achats gagnés sur un total de 100 clients

Donc, avec des bons d'achats de 10 euros, il faut prévoir 31×10 € $= 310$ €

→ le budget est insuffisant.

Partie C : → c'est une loi NORMALE

(on peut dans cette partie répondre en utilisant exclusivement la calculatrice)

① on a $P(30 \leq Y \leq 60) \approx 0{,}997$

(on peut aussi ici reconnaitre un intervalle 3σ)

② on a $P(Y \geq 50) \approx 0{,}159$.

Exercice 2 :

① On a : $U_1 = 1{,}05 \times 100 + 20 = 125$

$U_2 = 1{,}05 \times 125 + 20 = 151{,}25$

② Une augmentation de 5% amène à multiplier les quantités par le coefficient $\left(1 + \frac{5}{100}\right) = 1{,}05$ et on ajoute 20 car le bambou grandit de 20cm

③ On a donc : $U_{n+1} = 1{,}05 U_n + 20$

$V_n = U_n + 400 \rightarrow U_n = V_n - 400$

ⓐ On a $V_{n+1} = U_{n+1} + 400$

$= 1{,}05 U_n + 20 + 400$

$= 1{,}05(V_n - 400) + 20 + 400$

$= 1{,}05 V_n \underbrace{- 1{,}05 \times 400 + 20 + 400}_{=0}$

$\rightarrow V_{n+1} = 1{,}05 V_n$

(V_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme $V_0 = U_0 + 400 = 100 + 400 = 500$

ⓑ on a donc : $V_n = V_0 \times q^{(n-0)} = 500 \times 1{,}05^n$

ⓒ on a $U_n = V_n - 400$

$= 500 \times 1{,}05^n - 400$

ⓓ on calcule $U_7 = 500 \times 1{,}05^7 - 400 \approx 303{,}55$cm

④ ⓐ

Test $u < 200$		Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	FAUX
Valeur de u	200	125	151,25	178,8	207,7	
Valeur de n	0	1	2	3	4	

L'algorithme s'arrête !!

ⓑ on obtient $n = 4$.

Le bambou dépassera 200 cm au bout de 4 mois

ⓒ on change $u \leftarrow 100$ qui devient $u \leftarrow 50$

et on change Tant que $u < 200$ en Tant que $u < 1000$

Exercice 3

Partie A : Les bonnes réponses pour ce QCM sont :

(1) (a)   (2) (d)   (3) (b)

Quelques explications :

→ question (1). La tangente "descend", le coefficient est négatif et, par le calcul ou graphiquement, on voit qu'il ne peut pas être égal à -3

→ question (2). il n'y a qu'à regarder la courbe

→ question (3). On compte les rectangles qui représentent 1 unité d'aire.
Les rectangles sont incomplets, mais il n'y a pas d'ambiguïté, l'aire est entre 4 et 7.

Partie B :

(2) (a) On utilise la formule $(uv)' = u'v + uv'$

→ $f'(x) = \underbrace{1}_{u'} \times \underbrace{e^{0,2x}}_{v} + \underbrace{(x-5)}_{u} \times \underbrace{0,2e^{0,2x}}_{v'} + \underbrace{0}_{\text{dérivée de } 5\,!}$

→ $f'(x) = e^{0,2x}\left(1 + (x-5)\times 0,2\right) = 0,2x\, e^{0,2x}$

(b) Le signe de f' dépend du signe de $0,2x$

x	-10		0		5
signe de f'		$-$	0	$+$	
variations de f		↘		↗	

(c) Ce coefficient correspond, par définition, à $f'(-5)$

→ $f'(-5) = 0,2\times(-5)\times e^{0,2\times(-5)}$

$= -1e^{-1} = -\dfrac{1}{e} \quad \left(\approx -\dfrac{1}{3}\right)$

② ⓐ D'après le logiciel de calcul,
g correspond à f'
→ g' correspond donc à f''

On a $\frac{1}{25} = 0{,}04$ et $\frac{1}{5} = 0{,}2$

Donc $f''(x) = g'(x) = 0{,}04xe^{0{,}2x} + 0{,}2e^{0{,}2x}$
$= e^{0{,}2x}(0{,}04x + 0{,}2)$.

ⓑ Le signe de f'' correspond au signe de $0{,}04x + 0{,}2$

on résout
$0{,}04x + 0{,}2 = 0$
$x = -\frac{0{,}2}{0{,}04}$

x	-10		-5		5
signe de f''		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

point d'inflexion

③ ⓐ $I = \int_0^5 f(x)\,dx = F(5) - F(0)$
$= \left((5\times5-50)e^{0{,}2\times5} + 5\times5\right) - \left((5\times0-50)e^{0{,}2\times0} + 5\times0\right)$

→ $I = \left(-25e^1 + 25 - (-50)\right) = -25e + 75$

ⓑ on s'intéresse à l'aire d'un triangle rectangle et isocèle → Aire $= \frac{5\times5}{2} = 12{,}5$ u.A.

ⓒ L'aire grisée s'obtient par soustraction de l'aire sous la courbe de f (qui correspond à I) et de l'aire totale du triangle rectangle du ⓑ

→ Aire de $S = 12{,}5 - (-25e + 75)$
$= 25e - 62{,}5 \approx 5{,}46$ u.A

Exercice 4

① Taux d'évolution = $\frac{V_f - V_I}{V_I} = \frac{14,7 - 15}{15} = \frac{-0,3}{15}$

→ on obtient $-0,02$, soit une baisse de 2%.

② Une baisse de 2% correspond à une multiplication par le coefficient $\left(1 - \frac{2}{100}\right) = 0,98$

Donc la quantité de CO_2 peut être modéliser par une suite géométrique de raison 0,98 et de premier terme $V_0 = 15$

On a alors $V_n = V_0 \times q^{(n-0)} = 15 \times 0,98^n$

et on veut $V_n < 12$

soit $15 \times 0,98^n < 12$

$0,98^n < \frac{12}{15}$

on applique alors la fonction "ln"

$\ln 0,98^n < \ln \frac{12}{15}$

$n \times \ln 0,98 < \ln \frac{12}{15}$

$n > \frac{\ln \frac{12}{15}}{\ln 0,98}$ (ln 0,98 est négatif)

⚠

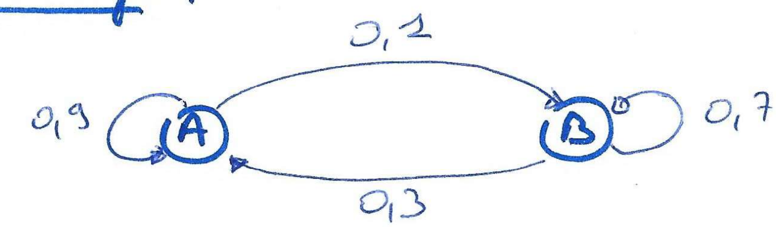
$n > 11,045$

Donc c'est à partir de la 12e année,

soit 2026

Exercice de Spé :

1



2 On a : $M = \begin{bmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 0,7 \end{bmatrix}$

3 a On part de $(a_0 \ b_0) = (0,2 \ 0,8)$

→ on a $(a_1 \ b_1) = (a_0 \ b_0) \times M = (0,42 \ 0,58)$

et $(a_2 \ b_2) = (a_1 \ b_1) \times M = (0,552 \ 0,448)$

b 0,552 correspond à a_2

→ en 2020, 55,2% des jeunes posséderaient une carte.

4 a On cherche a et b tel que $(a \ b) = (a \ b) \times M$

soit $(a \ b) = (a \ b) \times \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}$

soit $(a \ b) = (0,9a + 0,3b \quad 0,1a + 0,7b)$

soit $a = 0,9a + 0,3b$ et $b = 0,1a + 0,7b$

Ces deux égalités nous donnent la même équation :

$$-0,1a + 0,3b = 0$$

et il ne faut pas oublier que l'on a forcément

$$a + b = 1$$

5 On résout le système

$$\begin{cases} -0,1(1-b) + 0,3b = 0 \\ a = 1-b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0,4b = 1 \\ a = 1-b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1}{0,4} \\ a = 1-b \end{cases}$$

Donc on obtient $b = 0,25$ et $a = 0,75$

→ à terme, 75% des jeunes posséderaient la carte.

Partie B :

① On obtient l'algorithme suivant

$A \leftarrow 0{,}2$
$N \leftarrow 0$
Tant que $A < 0{,}7$ faire
A prend la valeur $0{,}6 * A + 0{,}3$
N prend la valeur $N + 1$
Fin Tant que

② On peut programmer cet algorithme sur la calculatrice mais cela ne s'improvise pas, il faut bien connaitre les touches à utiliser.

Heureusement, on peut ici faire les calculs au fur et à mesure.

$a_0 = 0{,}2$
$a_1 = 0{,}6 \times 0{,}2 + 0{,}3 = 0{,}42$
$a_2 = 0{,}6 \times 0{,}42 + 0{,}3 = \dots$

→ on obtient $N = 5$
soit en 2023 !