Corrigé

de l'épreuve de mathématiques

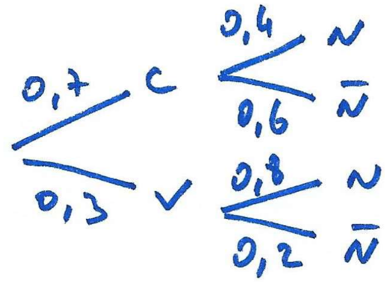
Bac ES

Amérique du Nord mai 2019

Correction proposée
par
Bruno Swiners
sur
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1

Partie A

1) 

2) on cherche $P(C \cap N) = p(C) \times p_C(N) = 0,7 \times 0,4 = \boxed{0,28}$

3) on calcule $P(N)$ avec la formule des probabilités totales

→ on a $p(N) = p(N \cap C) + p(N \cap V)$

$= 0,28 + 0,3 \times 0,8 = \boxed{0,52}$

4) on cherche $p_{\bar{N}}(V) = \dfrac{p(\bar{N} \cap V)}{p(\bar{N})} = \dfrac{0,3 \times 0,2}{0,48} = \boxed{0,125}$

$p(\bar{N}) = 1 - p(N) = 1 - 0,52$

Partie B : 1) à la calculatrice, $p(T \geq 3) \approx \boxed{0,023}$

→ il y a 2,3% de chances que le temps mis par le participant soit supérieur ou égal à 3h.

2) à la calculatrice, $p(2 \leq T \leq 3) \approx \boxed{0,954}$

3) avec InvNorm, on obtient $t \approx 2,67\,h \approx \boxed{2\,h\,40\,min}$

→ il y aurait 75% des participants avec un temps inférieur ou égal à 2h40min.

Partie C : 1) on vérifie les conditions avec $n = 60$ $p = 0,5$

$n = 60 \geq 30$; $np = 30 \geq 5$; $n(1-p) = 30 \geq 5$

On a $I_f = \left[0,5 - 1,96\dfrac{\sqrt{0,5(1-0,5)}}{\sqrt{60}} ; 0,5 + 1,96\dfrac{\sqrt{0,5(1-0,5)}}{\sqrt{60}}\right]$

→ $I_f = [0,373 ; 0,627]$

2) La fréquence observée est $f_{obs} = \dfrac{25}{60} \approx 0,417$

→ $f_{obs} \in I_f$ donc pas de remise en cause.

Exercice 2

1) on a $U_1 = 0{,}9 \times U_0 + 42$
$= 0{,}9 \times 280 + 42 = \boxed{294}$

2) a) on a $V_n = U_n - 420 \to U_n = V_n + 420$

On part de $V_{n+1} = U_{n+1} - 420$
$= 0{,}9\,U_n + 42 - 420$
$= 0{,}9(V_n + 420) + 42 - 420$
$= 0{,}9\,V_n + \underbrace{0{,}9 \times 420 + 42 - 420}_{\boxed{0}}$

Donc $V_{n+1} = 0{,}9\,V_n$
$\to (V_n)$ est une suite géométrique de raison $q = 0{,}9$
et de premier terme $V_0 = U_0 - 420 = -140$

b) on en déduit $V_n = V_0 \times q^{(n-0)} = -140 \times 0{,}9^n$

Donc on a $U_n = V_n + 420$ soit $U_n = -140 \times 0{,}9^n + 420$

3) on a $0 < 0{,}9 < 1$. Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}9^n = 0$

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} -140 \times (0{,}9)^n = 0 \to \lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 420$

Donc, à terme, le nombre de voitures louées se rapprochera de 420 voitures.

4) a) L'algorithme complété est :

```
N ← 0
U ← 280
Tant que U < 380
    N ← N+1
    U ← 0,9U + 42
Fin Tant que
```

(1)(c) N correspond au nombre de mois à partir duquel le nombre de voitures louées va dépasser 380.
On a ici $N = 12$.
Cela correspond à Décembre 2019.

(5) On résout l'inéquation

$$-140 \times 0{,}9^n + 420 > 380$$

soit $-140 \times 0{,}9^n > -40$

soit $0{,}9^n < \dfrac{-40}{-140}$ ⚠

On applique "ln" et on obtient :

$$\ln 0{,}9^n < \ln\left(\frac{40}{140}\right)$$

soit $n \times \ln 0{,}9 < \ln\left(\dfrac{40}{140}\right)$

$\rightarrow n > \dfrac{\ln\left(\frac{40}{140}\right)}{\ln(0{,}9)}$ ⚠ $\rightarrow n > 11{,}89$

$\rightarrow$ On retrouve bien la condition remplie à partir du rang 12.

Exercice 3 :

Les bonnes réponses sont : ① → A
② → B
③ → D
④ → D

Quelques explications :

① on calcule $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) \approx \boxed{0,972}$
↳ avec binomFdP

② on s'intéresse à un écart de temps de 10 (min) sur un total de 30 (min) possible → $\frac{10}{30} = \boxed{\frac{1}{3}}$

③ on a une somme de termes d'une suite géométrique
→ (premier terme) × $\frac{1 - \text{raison}^{(\text{nombre de termes})}}{1 - \text{raison}}$

→ $1 \times \frac{1 - 1{,}2^{11}}{1 - 1{,}2}$ ← ⚠ il y a 11 termes ! → $\boxed{32{,}15}$

④ En étudiant le graphe de la fonction et en réglant bien la fenêtre, on voit que la réponse D est la seule possible ici !!

Exercice 4 :

Partie A : ① $f(0) = -11$

$f'(0) =$ coefficient directeur de la tangente (AB)

$$= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-(-11)}{5-0} = \frac{11}{5} = 2{,}2$$

$f'(11) = 0$ (tangente horizontale)

② FAUX car on sait que $F' = f$ et donc pour que F soit croissante, il faudrait que F' (qui correspond à f) soit positive sur $[0;11]$ $\rightarrow$ ce n'est pas le cas !

Partie B : ① on utilise $(uv)' = u'v + v'u$

$$\rightarrow f'(x) = 2xe^{-0{,}2x} + (x^2-11)\times(-0{,}2e^{-0{,}2x})$$

$$= e^{-0{,}2x}\left(2x - 0{,}2(x^2-11)\right)$$

$$= e^{-0{,}2x}\left(-0{,}2x^2 + 2x + 2{,}2\right)$$

② $e^{-0{,}2x}$ est toujours positif, donc on étudie le signe du trinôme $-0{,}2x^2+2x+2{,}2$

$\rightarrow$ on calcule $\Delta = 2^2 - 4\times(-0{,}2)\times 2{,}2 = 5{,}76$ (>0)

$\rightarrow$ il y a deux racines

$$x_1 = \frac{-2-\sqrt{5{,}76}}{2\times(-0{,}2)} = 11 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-2+\sqrt{5{,}76}}{2\times(-0{,}2)} = -1$$

qui n'appartient pas à $[0;11]$

On obtient :

x	0		11		30
Signe de $f'(x)$		+	0	−	
Variations de $f(x)$	-11	↗	$f(11)$	↘	$f(30)$

③ on va appliquer le TVI.

La fonction f est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[0;11]$.

On a : $f(0) = -11$ et $f(11) \approx 12{,}2$

Donc le nombre 0 appartient bien à l'intervalle image $[f(0); f(11)$.

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $[0;11]$.

→ à la calculatrice, $\alpha \approx 3{,}31$

④ On a $I = \int_{10}^{20} f(x)dx = F(20) - F(10)$

$= -3195e^{-4} - (-1195)e^{-2}$

$\approx 103{,}21$

<u>Partie C</u> : ① on calcule $f(15) = (15^2 - 11)e^{-0{,}2\times 15}$

$\approx 10{,}65$ centaines de milliers

$\approx 1\,065\,000$ objets

② La valeur moyenne est : $\frac{1}{20-10} \times \int_{10}^{20} f(x)\,dx$

$= \frac{1}{10} \times I \approx 10{,}32$ centaines de milliers

$\approx 1\,032\,000$ objets

③ on calcule $E(15) = \frac{f'(15)}{f(15)} \times 15 \approx -0{,}897$

→ Une augmentation de 1% du prix va amener une baisse d'environ 0,9% de la demande.

Exercice de Spé :

Partie A

① abab → oui, avec le chemin 12334

abc → non

abbcbb → oui, avec le chemin 134234

② On obtient :

$$M = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

il y a 1 chemin allant de ④ vers ②

③ On cherche des mots de 4 lettres, c'est à dire des chemins de longueur 4 → on regarde dans M^4 !

Il y a alors 5 chemins reliant ① à ④, avec une longueur égale à 4.

Les chemins sont : 12334 → abab

12334 → bbab

12134 → acbb

12134 → bcbb

13334 → baab

Partie B ① ⓐⓑ

Il y a bien une chaine eulérienne car il y a deux sommets impairs

sommets	A	P	C	E	V	L	B	G
degrés	2	4	4	4	4	5	2	3

Donc on peut parcourir l'ensemble du réseau en empruntant chaque route une et une seule fois.

→ il doit partir d'un sommet de degré impair soit G, soit L.

② ⓐ Voici une proposition pour cet algorithme, pour laquelle je conserve les trajets les plus courts.

B	G	L	V	E	C	P	A
	B(140)	B(80)	L(180)	L(150)	L(260)	C(~~420~~)	C(~~420~~)
		G(~~250~~)	G(~~270~~)	V(~~280~~)	E(~~290~~)	E(230)	P(410)
						V(~~280~~)	

Le plus court chemin mesure 410 km.
→ c'est le chemin BLEPA.

ⓑ Si on ne peut pas aller de P vers A, alors le plus chemin est BLCA et il mesure 420 km.