

## Comment résoudre un système : la méthode par combinaison

C'est la méthode que je préfère car c'est celle qui est la plus générale. Elle fonctionnera toujours, avec le même niveau de difficulté, quel que soit le système proposé. D'autres méthodes peuvent être plus simple pour certains systèmes mais elles pourront amener des calculs plus compliqués avec d'autres systèmes.

On veut résoudre le système suivant

$$\begin{cases} 3x + 2y = 32 \\ 5x - 4y = 2 \end{cases}$$

**Etape 1** : on multiplie toute l'équation (1) par 5 et toute l'équation (2) par 3 afin que le coefficient devant la lettre  $x$  soit égal dans les deux équations.

$$\begin{array}{l} (\times 5) \\ (\times 3) \end{array} \begin{cases} 3x + 2y = 32 \\ 5x - 4y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 15x + 10y = 160 \\ 15x - 12y = 6 \end{cases}$$

**Etape 2** : on soustrait alors les deux égalités entre elles pour "faire disparaître"  $x$ .  
En effet, par soustraction, on obtient  $15x - 15x = 0$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} 15x + 10y = 160 \\ 15x - 12y = 6 \\ \hline 0 + 22y = 154 \end{cases} \quad \boxed{10 - (-12) = 22}$$

**Etape 3** : on résout alors l'équation obtenue, à une inconnue, ce qui nous donnera la valeur de  $y$ .

$$\text{On a : } \begin{aligned} 22y &= 154 \\ y &= 154 : 22 \rightarrow y = 7 \end{aligned}$$

**Etape 4** : on connaît maintenant la valeur de  $y$ , et on remplace donc la lettre  $y$  par 7 dans les deux équations du système initial. On peut alors résoudre n'importe laquelle de ces équations (on va essayer de "lever un peu le nez", pour choisir celle qui paraît la plus facile à résoudre).

$$\text{On obtient } \begin{cases} 3x + 2 \times 7 = 32 \\ 5x - 4 \times 7 = 2 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} 3x + 14 = 32 \\ 5x - 28 = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{on résout par exemple } \begin{aligned} 5x - 28 &= 2 \\ 5x &= 30 \rightarrow x = 6 \end{aligned}$$

**DONC** le couple solution du système est  $(6 ; 7)$   
 $\begin{matrix} \nearrow & \nearrow \\ x & y \end{matrix}$

**Vérification** : on va la faire pour cette fiche mais elle ne sera pas à faire pour chaque résolution.  
On va donc remplacer ici  $x$  par 6 et  $y$  par 7.

$$\text{On vérifie } \begin{cases} 3 \times 6 + 2 \times 7 = 18 + 14 = 32 \\ 5 \times 6 - 4 \times 7 = 30 - 28 = 2 \end{cases}$$