Comment résoudre des équations du premier degré

Résolution pour des équations en z

On résout ces équations comme on sait le faire avec la variable x. On isole donc tout simplement z, puis on conclut en exprimant le résultat sous sa *forme algébrique*, avec partie réelle et partie imaginaire (recours éventuel à la quantité conjuguée ...).

Exemple : on veut résoudre l'équation $2z + 3 = iz - 2 + i$

On résout $2z + 3 = iz - 2 + i$

$\rightarrow 2z - iz = -3 - 2 + i$

$\rightarrow (2-i)z = -5 + i \quad \rightarrow z = \dfrac{-5+i}{2-i}$

On utilise alors la quantité conjuguée (avec $i^2 = -1$) :

$$\frac{-5+i}{2-i} = \frac{(-5+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{-10-5i+2i+i^2}{4+2i-2i-i^2} = \frac{-11-3i}{5}$$

On obtient la solution : $z = -\dfrac{11}{5} - \dfrac{3}{5}i$

Résolution pour des équations en $\bar{z}$

On résout l'équation avec la variable $\bar{z}$, comme si c'était z.

Une fois le résultat final obtenu pour $\bar{z}$, on obtient la solution pour z en prenant le conjugé de $\bar{z}$.

Exemple : on veut résoudre l'équation $1 - 2\bar{z} = 3i\bar{z} + 5 - i$

On résout $1 - 2\bar{z} = 3i\bar{z} + 5 - i$

$\rightarrow -2\bar{z} - 3i\bar{z} = -1 + 5 - i$

$\rightarrow (-2-3i)\bar{z} = 4 - i \quad \rightarrow \bar{z} = \dfrac{4-i}{-2-3i}$

On utilise alors la quantité conjuguée (avec $i^2 = -1$) :

$$\frac{4-i}{-2-3i} = \frac{(4-i)(-2+3i)}{(-2-3i)(-2+3i)} = \frac{-8+12i+2i-3i^2}{4-6i+6i-9i^2} = \frac{-5+14i}{13}$$

On obtient la solution $\bar{z} = -\dfrac{5}{13} + \dfrac{14}{13}i \rightarrow z = -\dfrac{5}{13} - \dfrac{14}{13}i$