Rappel sur les limites des suites du type q^n

Ces limites ont normalement été vues en classe de Première, mais il est indispensable de se les rappeler car la question des limites sera omniprésente dans tous les exercices cette année.

Limites des suites du type q^n

si on a $-1 < q < 1$ alors on a $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$
si on a $q > 1$ alors on a $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$

Exemples :

$$\lim_{n \to +\infty} (0,9)^n = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{n \to +\infty} (1,2)^n = +\infty$$

Le dernier cas est à connaitre, mais il n'est pas exigible en classe de Terminale.

Si on a $q < -1$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n$ n'existe pas

Applications

La majorité des exercices de Terminale nous amène à montrer qu'une suite, donnée par l'énoncé, est géométrique. Elle s'écrira donc avec une expression du type q^n, et on pourra donner sa limite.

Exemple 1 : avec $Un = 4 + 5 \times (0{,}7)^n$

On a $-1 < 0{,}7 < 1 \rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} (0{,}7)^n = 0$

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 5 \times (0{,}7)^n = 0$ et donc $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 4$

Exemple 2 : avec $Vn = 6 + 4 \times (2{,}3)^n$

On a $2{,}3 > 1 \rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} (2{,}3)^n = +\infty$

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 4 \times (2{,}3)^n = +\infty$ et donc $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = +\infty$

Exemple 3 : avec $Wn = 7 - 2 \times (1{,}03)^n$

On a $1{,}03 > 1 \rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} (1{,}03)^n = +\infty$

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} -2 \times (1{,}03)^n = -\infty$ et donc $\lim\limits_{n \to +\infty} W_n = -\infty$