

Probabilités conditionnelles et quotient.
"Arbre inversé"

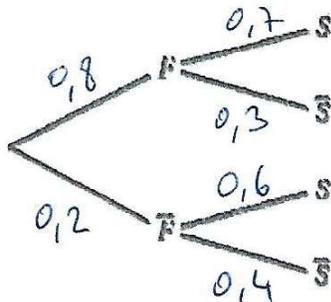
Si on nous demande de calculer une probabilité conditionnelle *non donnée* dans l'arbre, il faudra utiliser la formule suivante (en faisant bien attention à la *place des lettres* à chaque fois).

La formule du quotient pour une probabilité conditionnelle

Elle nous permettra de calculer une probabilité conditionnelle du type $p(F \text{ sachant } S)$, soit $p_S(F)$.

$$\text{On a : } p_S(F) = \frac{P(S \cap F)}{P(S)}$$

Application : On considère l'arbre de probabilité suivant



On veut calculer la probabilité conditionnelle $p_S(F)$ (qui n'est pas dans l'arbre car il ne faut confondre cette probabilité avec $p_F(S)$ qui vaut ici 0,7 et qui se lit dans l'arbre !).

Etape 1 : on applique la *formule des probabilités totales* pour calculer $p(S)$.

$$\begin{aligned} \text{On obtient : } p(S) &= p(F \cap S) + p(\bar{F} \cap S) \\ &= 0,8 \times 0,7 + 0,2 \times 0,6 \\ &= 0,56 + 0,12 \\ &\rightarrow p(S) = 0,68. \end{aligned}$$

Etape 2 : on applique la *formule du quotient* pour calculer $p_S(F)$

$$\begin{aligned} \text{On obtient : } p_S(F) &= \frac{P(S \cap F)}{P(S)} = \frac{0,56}{0,68} \\ &\rightarrow p_S(F) = \frac{14}{17} \approx 0,82 \end{aligned}$$

Remarque

On parle d'"arbre inversé" car c'est comme si, avec $p_S(F)$, on remontait l'arbre "à l'envers".