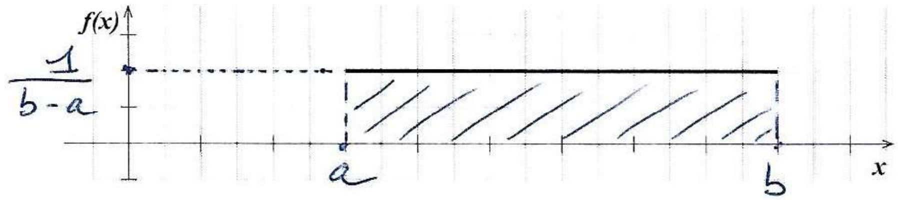
La loi uniforme : définition , espérance mathématique

Définition de la loi uniforme

La densité de probabilité d'une *loi uniforme* sera une fonction ***constante***, définie sur un intervalle fermé $[\, a \,;\, b \,]$ par $f(x) = k$, où k est un réel.



Or, pour que f soit bien une densité de probabilité, il faut que son intégrale entre a et b soit égale à 1 .
Cette intégrale correspond à l'aire sous la courbe entre a et b .
Et pour une *loi uniforme* , on se retrouve donc tout simplement à calculer une aire de rectangle.

La longueur du rectangle est égale à $(b-a)$.
Sa largeur doit être égale à $\frac{1}{b-a}$ pour que l'aire du rectangle soit égale à $(b-a) \times \frac{1}{b-a} = 1$.

Propriété : espérance mathématique d'une loi uniforme

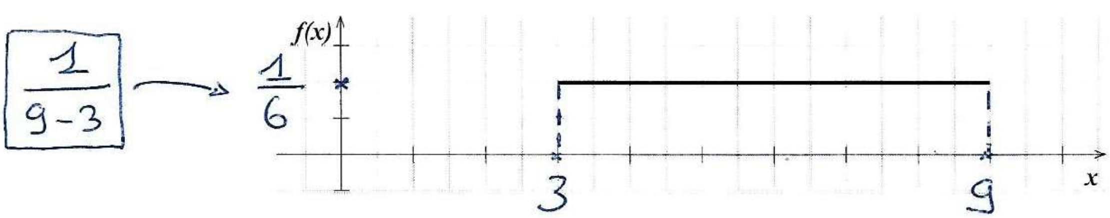
L'*espérance mathématiques* $E(x)$ d'une *loi uniforme* définie entre a et b sera :

$$E(x) = \frac{a+b}{2}$$

Cette ***espérance*** correspond donc à la ***moyenne*** des deux nombres a et b , ou à la moitié entre a et b .

Exemple

On considère une *loi uniforme* définie sur [3 ; 9]



→ La longueur du rectangle qui correspond à l'aire sous la courbe est égale à $(9-3) = 6$.
Donc sa largeur doit être égale à $\frac{1}{9-3} = \frac{1}{6}$ pour que l'aire soit bien égale à $6 \times \frac{1}{6} = 1$.

→ L'*espérance mathématique* $E(x)$ sera égale ici à :

$$E(x) = \frac{3+9}{2} = 6 \; .$$