La loi normale : définition , propriétés , calculs.
Les intervalles 1-sigma , 2-sigma , 3-sigma.

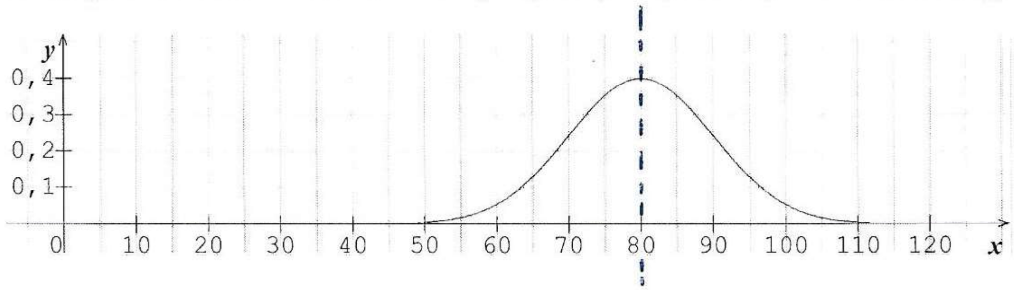
Définition

On notera N (μ ; σ^2) la loi normale ***d'espérance*** (ou de moyenne) μ et ***d'écart type*** σ .

Ainsi, la loi normale N (80 ; 100) correspond, en fait, à N (80 ; 10^2).
C'est donc une loi normale d'espérance $\mu = 80$ et d'écart type $\sigma = 10$.

Représentation graphique et propriétés

Voici la densité de probabilité de la loi normale N (80 ; 100) d'espérance $\mu = 80$ et d'écart type $\sigma = 10$.



→ La valeur de ***l'espérance*** (ou de la moyenne) est importante à plus d'un titre.

- la courbe est symétrique par rapport à la droite verticale passant par cette espérance.
- le sommet de la courbe se trouve au niveau de cette espérance.

→ La valeur de ***l'écart type*** n'apparait pas directement sur la courbe.
Elle sera liée à des *intervalles* appelés ***1-sigma , 2-sigma , 3 sigma***.
Pour résumer, quelle que soit la loi normale, si on s'écarte de la moyenne, d'une valeur correspondante à *une fois* l'écart type (d'où le "1-sigma"), alors la probabilité sera toujours (environ) égale à 0,683.

On va illustrer les propriétés à l'aide de notre exemple

$P(\mu-\sigma \leq x \leq \mu+\sigma) \approx 0,683 \rightarrow P(70 \leq x \leq 90) \approx 0,683$

$P(\mu-2\sigma \leq x \leq \mu+2\sigma) \approx 0,954 \rightarrow P(60 \leq x \leq 100) \approx 0,954$

$P(\mu-3\sigma \leq x \leq \mu+3\sigma) \approx 0,997 \rightarrow P(50 \leq x \leq 110) \approx 0,997$

Calculs de probabilité

La densité de probabilité d'une loi normale est trop compliquée pour permettre un calcul d'aires ou d'intégrales. ***Il faudra donc juste savoir utiliser sa calculatrice pour calculer des probabilités*** !!
Attention ! Chaque calculatrice ayant ses spécificités, je vous conseille de bien mémoriser (ou de le noter même) les touches à utiliser sur VOTRE calculatrice (et vérifiez vos résultats avec les miens pour la loi normale N (80 ; 100) d'espérance $\mu = 80$ et d'écart type $\sigma = 10$).
Par exemple, avec la T I 83 Premium, il faut utiliser "Distrib" et "NormalFrep"

On vérifie que : $P(x \leq 65) \approx 0,0668$

$P(60 \leq x \leq 90) \approx 0,8186$

$P(x \geq 85) \approx 0,3085$