

Comment calculer une probabilité avec la loi normale

Nous allons voir ici que beaucoup de questions concernant la loi normale (ou la loi centrée réduite) peuvent être résolues avec des raisonnements "tout simple" sur les aires (par addition ou soustraction).

Les règles de base

Règle 1 : la totalité de l'aire sous la courbe (entre $-\infty$ et $+\infty$) est égale à 1.

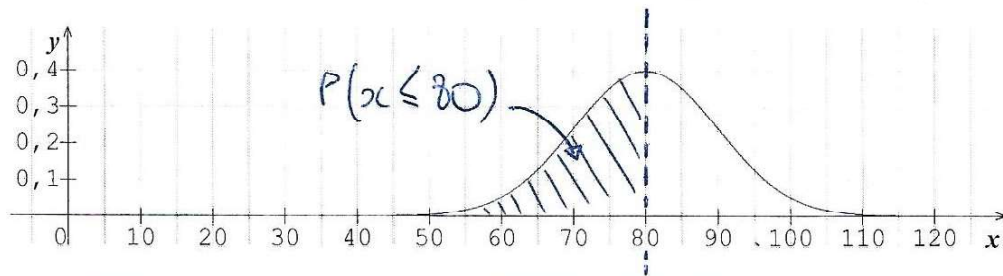
Règle 2 : il y a un axe de symétrie verticale passant par l'espérance μ .

Cet axe coupe la courbe en deux parties égales. Donc l'aire sous la courbe entre $-\infty$ et μ est égale à 0,5 car elle est égale aussi à l'aire sous la courbe entre μ et $+\infty$.

Règle 3 : l'axe de symétrie nous permet quantité de raisonnements et de calculs car les valeurs "à gauche" de cet axe se retrouve forcément "à droite".

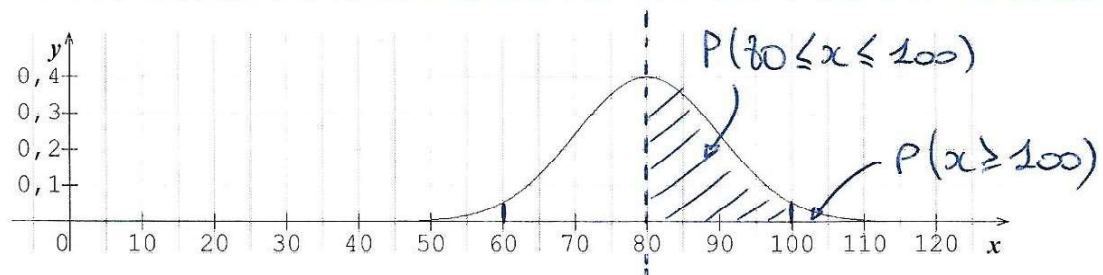
Des exemples

On va travailler ici avec une loi normale $N(80; 100)$ d'espérance $\mu = 80$ et d'écart type $\sigma = 10$.



Un résultat très important par rapport à l'espérance (ou moyenne)

$$\text{On a : } P(x \leq 80) = 0,5 \text{ (avec la règle 2)}$$
$$\text{On aurait de même : } P(x \geq 80) = 0,5$$



Un résultat qui utilise l'intervalle 2-sigma

$$\text{On a } P(60 \leq x \leq 100) \approx 0,954$$

Donc, par symétrie, en raisonnant sur les aires

$$\text{On a } P(80 \leq x \leq 100) = P(60 \leq x \leq 80) = \frac{0,954}{2} = 0,477$$

$$\text{On a } P(x \geq 100) = P(x \leq 60) = \frac{1 - 0,954}{2} = 0,023$$